



Centre d'Études
Techniques
Maritimes
et Fluviales

REFONDE V3.5

Cahier de validation



P. DEBAILLON, P. SERGENT, O. ORCEL

Août 2010

Table des matières

I	Introduction	3
II	Ile circulaire	4
1	Solution analytique	5
2	Description des cas tests	8
3	Présentation et analyse des résultats	10
4	Analyse de sensibilité du paramètre max	11
5	Analyse de sensibilité du nombre de noeuds	11
6	Présentation des courbes	12
III	Bosse parabolique à partie centrale plate	17
1	Solution analytique	17
2	Description du cas test	22
3	Présentation des résultats	24
4	Analyse de sensibilité du paramètre max	25
5	Analyse de sensibilité du nombre de noeuds	26
IV	Demi-plan	27
1	Solution analytique	28
2	Description des cas tests	29
3	Présentation et analyse des résultats	30
4	Analyse de sensibilité du paramètre max	30
5	Présentation des courbes	31
V	Quart de cercle	34
1	Solution analytique	34
2	Description des cas tests	35
3	Présentation des courbes	35
4	Présentation et analyse des résultats	37
VI	Digue semi-infinie	39
1	Solution analytique	39
2	Description des cas tests	42
3	Présentation des courbes	42
VII	Houle réelle	52
1	Description du cas test	52
2	Solution analytique	52
3	Résultats - étude de sensibilité	53
3.1	Houle monochromatique multi-directionnelle	53

3.2	Houle mono-directionnelle multi-fréquences	54
3.3	Houle multi-directionnelle multi-fréquences	55
VIII	Le déferlement	57
1	Déferlement par écrêtage	58
1.1	Les formules empiriques	58
1.2	Validation	58
1.2.a	essai de Stive	58
1.2.b	essai SOGREAH	59
2	Déferlement par terme dissipatif dans Berkhoff	61
2.1	Principe théorique	61
2.2	Validation	62
2.2.a	Programmation du terme dissipatif	62
2.2.b	essai SOGREAH	63
IX	Les ouvrages submersibles	64
1	Première configuration	65
1.1	Incidence normale	65
1.2	Incidence 30°	69
2	Seconde configuration	71
3	Troisième configuration	73
3.1	Incidence normale	74
3.2	Incidence 30°	75
4	Conclusion	76
X	Les fonds poreux	77
1	Bosse triangulaire	77
2	Brise-lames submergé	79
2.1	Première configuration	79
2.2	Seconde configuration	81
XI	Effet de pente	83
1	Description du cas test	83
2	Résultats numériques	84
XI	Effet des courants	87
1	Description du cas test	87
2	Résultats numériques	88

Chapitre I

INTRODUCTION

L'objectif de cette étude est la validation du code de calcul REFONDE V2.0. Pour cela, dans un premier temps, nous distinguons deux types de configurations. Les premières configurations traitent les îles ou les variations de bathymétrie en mer ouverte. Les autres traitent les ouvrages et domaines portuaires.

Pour le premier type, nous étudions l'île circulaire et la bosse parabolique à partie centrale.

Pour le deuxième type, nous nous intéressons au demi-plan, au quart de cercle et à la digue semi-infinie.

Dans un second temps, la validation portera sur la houle réelle ou houle aléatoire sur le cas simple d'une propagation sur fond plat dans un domaine circulaire. Une analyse de sensibilité sera notamment réalisée.

Dans un troisième temps, nous testerons le déferlement. Deux méthodes pour prendre en compte ce phénomène sont proposées à l'utilisateur. La première consiste en un simple écrêtage des hauteurs de houle en "post-calcul". Plusieurs critères peuvent être appliqués, GODA avec ou sans effet de pente, Miche et Munk. La seconde ajoute un terme dissipatif dans l'équation de Berkhoff.

Chapitre II

ÎLE CIRCULAIRE

Le cas test consiste à envoyer une onde plane incidente sur un disque parfaitement réfléchissant représenté sur la figure II.1 par Ω_1 . L'onde incidente se propage sur un fond plat suivant Ox dans le sens des x positifs.

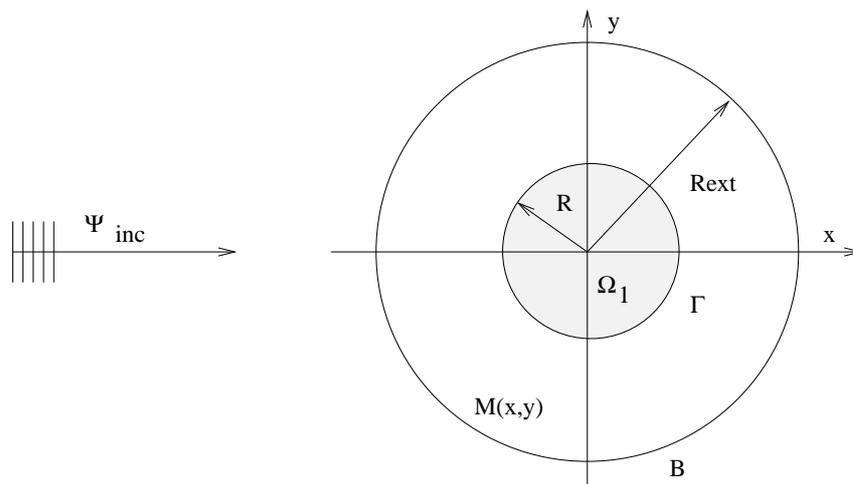


FIGURE II.1 – Ile cylindrique.

Γ : frontière réfléchissante

B : frontière ouverte ou super-élément

1 Solution analytique

Le point M est repéré en coordonnées polaires par le rayon r et l'angle θ . On utilisera aussi les coordonnées cartésiennes x, y dans un repère de centre O. Nous noterons

ω la pulsation de la houle

h la profondeur

k le nombre d'onde donné par la relation de dispersion $\omega^2 = gk \tanh(kh)$

R le rayon de l'île circulaire parfaitement réfléchissante et Ψ_{inc} le potentiel complexe de l'onde incidente qui est une onde plane se propageant suivant l'axe Ox.

$$\Psi_{inc} = \Psi_0 e^{jkx}$$

$$\text{avec } j^2 = -1$$

La solution du problème $\Psi(r, \theta)$ vérifie l'équation de Helmholtz et les conditions aux limites suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta \Psi + k^2 \Psi = 0 \\ \frac{\partial \Psi}{\partial n}(R, \theta) = 0 \\ \lim_{r \rightarrow \infty} \Psi = \Psi_{inc} \end{array} \right.$$

Calculons la solution analytique du problème :

Nous posons :

$$\Psi = \Psi' + \Psi_{inc}$$

On obtient le système vérifié par Ψ' :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta \Psi' + k^2 \Psi' = 0 \\ \frac{\partial \Psi'}{\partial n}(R, \theta) = -\frac{\partial \Psi_{inc}}{\partial n}(R, \theta) \\ \lim_{r \rightarrow \infty} \Psi' = 0 \end{array} \right.$$

On décompose Ψ' en série de Fourier :

$$\Psi'(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} f_n(r) \cos n\theta + \sum_{n=0}^{\infty} g_n(r) \sin n\theta \quad (\text{II.1})$$

Le Laplacien en coordonnées cylindriques donne :

$$\Delta\Psi' = \frac{\partial^2\Psi'}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial\Psi'}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2\Psi'}{\partial\theta^2} \quad (\text{II.2})$$

Les différents membres du Laplacien donnent alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2\Psi'}{\partial r^2} = \sum_{n=0}^{\infty} \{ f_n''(r) \cos n\theta + g_n''(r) \sin n\theta \} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial\Psi'}{\partial r} = \frac{1}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \{ f_n'(r) \cos n\theta + g_n'(r) \sin n\theta \} \\ \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2\Psi'}{\partial\theta^2} = -\frac{1}{r^2} \sum_{n=0}^{\infty} \{ n^2 f_n(r) \cos n\theta + n^2 g_n(r) \sin n\theta \} \end{array} \right.$$

L'équation $(\Delta\Psi' + k^2\Psi' = 0)$ devient alors :

$$\begin{aligned} & \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ f_n''(r) + \frac{1}{r} f_n'(r) + \left(k^2 - \frac{n^2}{r^2}\right) f_n(r) \right\} \cos n\theta + \\ & \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ g_n''(r) + \frac{1}{r} g_n'(r) + \left(k^2 - \frac{n^2}{r^2}\right) g_n(r) \right\} \sin n\theta = 0 \end{aligned} \quad (\text{II.3})$$

Comme $\cos n\theta$ et $\sin n\theta$ constituent un système fondamental, pour que l'équation (II.3) soit vérifiée, il convient que les coefficients devant $\cos n\theta$ et $\sin n\theta$ soient nuls. On obtient donc le système :

$$\left\{ \begin{array}{l} f_n''(r) + \frac{1}{r} f_n'(r) + \left(k^2 - \frac{n^2}{r^2}\right) f_n(r) = 0 \\ g_n''(r) + \frac{1}{r} g_n'(r) + \left(k^2 - \frac{n^2}{r^2}\right) g_n(r) = 0 \end{array} \right.$$

L'onde Ψ' s'écrit donc :

$$\Psi' = \sum_{n=0}^{\infty} \{(\alpha_n^1 H_n^1(kr) + \alpha_n^2 H_n^2(kr)) \cos n\theta + (\beta_n^1 H_n^1(kr) + \beta_n^2 H_n^2(kr)) \sin n\theta\} \quad (\text{II.4})$$

avec H_n^1 et H_n^2 fonctions de Hankel.

Nous savons en outre qu'en l'infini, Ψ' est une onde sortante, ce qui nous conduit à ne retenir comme fonction de Hankel que H_n^1 . On en déduit que les coefficients α_n^2 et β_n^2 sont nuls. On peut écrire Ψ' sous la forme :

$$\Psi' = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n^1 H_n^1(kr) \cos n\theta + \sum_{n=0}^{\infty} \beta_n^1 H_n^1(kr) \sin n\theta$$

L'onde incidente Ψ_{inc} peut en outre se décomposer comme suit :

$$\Psi_{inc} = \Psi_0 \sum_{n=0}^{\infty} j^n \epsilon_n J_n(kr) \cos n\theta$$

avec J_n : fonction de Bessel

avec $\epsilon_n = 2 - \delta_{n0}$

avec δ_{n0} : symbole de kronecker qui vaut 1 pour $n = 0$ et 0 dans le cas contraire.

On en déduit alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \Psi_{inc}}{\partial n}(R, \theta) = k \Psi_0 \sum_{n=0}^{\infty} j^n \epsilon_n J'_n(kR) \cos n\theta \\ \frac{\partial \Psi'}{\partial n}(R, \theta) = k \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n^1 H_n^1(kR) \cos n\theta + k \sum_{n=0}^{\infty} \beta_n^1 H_n^1(kR) \sin n\theta \end{array} \right. \quad (\text{II.5})$$

De la relation $\frac{\partial \Psi'}{\partial n}(R, \theta) = -\frac{\partial \Psi_{inc}}{\partial n}(R, \theta)$, on en déduit que $\beta_n^1 = 0$ pour tout n et que

$$\boxed{\alpha_n^1 = -\Psi_0 j^n \epsilon_n \frac{J'_n(kR)}{H_n^1(kR)}} \quad (\text{II.6})$$

Comme $\Psi = \Psi' + \Psi_{inc}$, la solution analytique s'écrit :

$$\Psi = \Psi_0 \sum_{n=0}^{\infty} j^n \epsilon_n \frac{J_n(kr)H_n'^1(kR) - J_n'(kR)H_n^1(kr)}{H_n'^1(kR)} \cos n\theta \quad (\text{II.7})$$

Soit, avec $H_n^1 = J_n + jY_n$:

$$\Psi = \Psi_0 \sum_{n=0}^{\infty} j^{n+1} \epsilon_n \frac{J_n(kr)Y_n'(kR) - J_n'(kR)Y_n(kR)}{H_n'^1(kR)} \cos n\theta \quad (\text{II.8})$$

Cette solution analytique est comparée avec les résultats numériques issus de REFONDE.

2 Description des cas tests

•Les caractéristiques physiques sont :

L'île a un rayon de 25 m.

Le domaine a une profondeur de 200 m.

La période $\frac{2\pi}{w}$ de la houle incidente est de 10 s, alors que sa hauteur est de 1m.

La longueur d'onde $\frac{2\pi}{k}$ est de 156.1 m.

La direction de propagation est parallèle à Ox.

L'île est parfaitement réfléchissante ($K_R = 1$).

•Les caractéristiques du maillage sont :

Afin d'évaluer les résultats obtenus pour les cercles extérieurs de 50 et 200m, nous avons retenu une même densité de maillage. Aussi avons-nous pris une aire de $10m^2$ pour les éléments.

Nous obtenons dans ces conditions pour :

- $R_{ext} = 50m$

REFONDE conditions limites absorbantes :

845 noeuds

1690 éléments

16 pour largeur de bande

REFONDE condition limite avec solution analytique :

845 noeuds

1330 éléments

32 pour largeur de bande

• $R_{ext} = 200\text{m}$

REFONDE condition limite absorbante :

10122 noeuds

20944 éléments

93 pour largeur de bande

REFONDE condition limite avec solution analytique :

10122 noeuds

19704 éléments

242 pour largeur de bande

Remarque 1 : La différence pour le nombre d'éléments qui existe entre les deux types de conditions aux limites est due au fait que, pour le deuxième type la frontière fictive circulaire est constituée d'un seul élément alors que pour le premier type, elle est constituée d'un certain nombre d'éléments L_2 . Dans ces conditions, la différence est égale au nombre de noeuds sur la frontière circulaire - 1.

Remarque 2 : La largeur de bande de la matrice à inverser varie en fonction de la condition aux limites sur la frontière ouverte. Cette largeur est augmentée lorsqu'on utilise une condition aux limites avec solution analytique. Le stockage utilise plus d'espace mémoire et le temps de calcul est accru.

3 Présentation et analyse des résultats

Nous appellerons REFONDE méthode 1, un calcul avec condition absorbante d'ordre 1 sur la frontière ouverte, REFONDE méthode 2 un calcul avec la condition absorbante d'ordre 2, et REFONDE méthode 3 un calcul avec solution analytique sur la frontière ouverte. Afin d'apprécier les résultats du code REFONDE méthode 3, nous présentons deux tableaux l'un pour $R_{ext} = 200\text{m}$, l'autre pour $R_{ext} = 50\text{m}$ dans lesquels nous donnons les modules de la hauteur de la houle pour la solution analytique, et les 3 types de condition limite de REFONDE. La hauteur de la houle incidente est choisie égale à 1 m.

1- Les méthode 2 et 3 donnent de très bons résultats quel que soit le rayon extérieur. On observe, en effet, une grande similitude entre les résultats de la méthode 2 et ceux de la solution exacte. L'erreur reste toujours inférieure à 1%.

2- La méthode 1 donne des résultats médiocres. La comparaison des graphes des solutions montre des erreurs qui vont jusqu'à 16% avec R_{ext} égal à 50 m.

3- En augmentant le rayon extérieur du domaine R_{ext} jusqu'à 200 m, l'effet de la condition aux limites diminue et l'erreur maximale se réduit alors à 7%.

4- Les erreurs les plus importantes se trouvent d'abord sur l'axe de propagation de l'onde, spécialement dans le domaine où il y a superposition de l'onde réfléchie et de l'onde incidente. On observe des erreurs moindres sur l'axe de propagation, dans la partie transmise. Enfin, on observe peu d'erreurs sur l'axe transversal à la propagation.

COOR		ANALYTIQUE	METHODE 1	METHODE 2	METHODE 3
X	Y	$ H $	$ H $	$ H $	$ H $
0	R	1.17	1.18	1.17	1.17
0	2R	1.27	1.28	1.27	1.27
0	3R	1.24	1.25	1.25	1.25
0	4R	1.07	1.06	1.07	1.07
R	0	0.89	0.87	0.89	0.88
2R	0	0.93	0.92	0.93	0.93
3R	0	0.95	0.96	0.95	0.95
4R	0	0.96	0.97	0.97	0.96
-R	0	1.70	1.66	1.70	1.70
-2R	0	1.11	1.07	1.10	1.11
-3R	0	0.66	0.67	0.67	0.67
-4R	0	1.31	1.30	1.31	1.31

TABLE II.1 – Comparaison des résultats pour un rayon R_{ext} égal à 200 m.

COORD.		ANALYTIQUE	METHODE 1	METHODE 2	METHODE 3
X	Y	$ H $	$ H $	$ H $	$ H $
0	R	1.17	1.13	1.18	1.17
0	2R	1.27	1.23	1.31	1.27
R	0	0.89	0.80	0.87	0.88
2R	0	0.93	0.77	0.93	0.93
-R	0	1.70	1.56	1.67	1.70
-2R	0	1.11	1.03	1.11	1.11

TABLE II.2 – Comparaison des résultats pour un rayon R_{ext} égal à 50 m.

4 Analyse de sensibilité du paramètre max

Nous allons nous intéresser à l'évolution de la hauteur de houle en fonction de l'ordre de troncature sur la sommation de l'équation donnant la dérivée normale de l'onde sur le cercle B pour le point : $X = R, Y = 0$ et R_{ext} égal à 50 m avec 2356 noeuds.

Dans ce cas, la valeur de la hauteur de houle converge assez rapidement. En effet, on observe que pour une valeur de max égale à 5, la hauteur se stabilise.

5 Analyse de sensibilité du nombre de noeuds

Nous allons nous intéresser à l'évolution de la hauteur de houle en fonction du nombre de noeuds. Le tableau suivant présente les résultats au point $X = R, Y = 0$ et R_{ext} égal à 200 m

max	$ H $
1	0.9435
3	0.8898
5	0.8866
10	0.8861
20	0.8871
30	0.8871

TABLE II.3 – Analyse de sensibilité sur la troncature.

avec $max = 50$. L'entier N désigne le nombre de noeuds par longueur d'onde.

Nb Noeuds	$ H $	N
1000	0.84	14
2000	0.87	20
5000	0.87	31
10000	0.88	44

TABLE II.4 – Analyse de sensibilité sur la densité du maillage.

Dans ces conditions, nous pouvons conclure que pour un nombre de noeuds N par longueur d'onde :

$N > 20$: les résultats sont bons.

$10 < N < 20$: les résultats sont exploitables.

$N < 10$: les résultats sont médiocres.

6 Présentation des courbes

Les courbes suivantes présentent les variations du module de la hauteur de houle sur un profil pour deux rayons différents R_{ext} du domaine de calcul.

Légende

- - - - - : code REFONDE avec méthode 1

— — — : code REFONDE avec méthode 2

————— : code REFONDE avec méthode 3

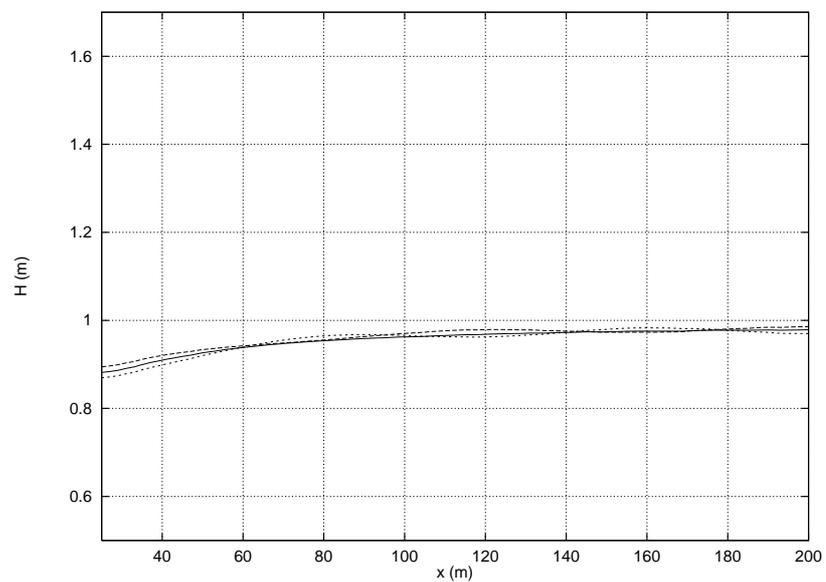


FIGURE II.2 – Comparaison de l'évolution de la hauteur de houle : $R_{ext}=200$ m, $Y = 0$, $X > 0$

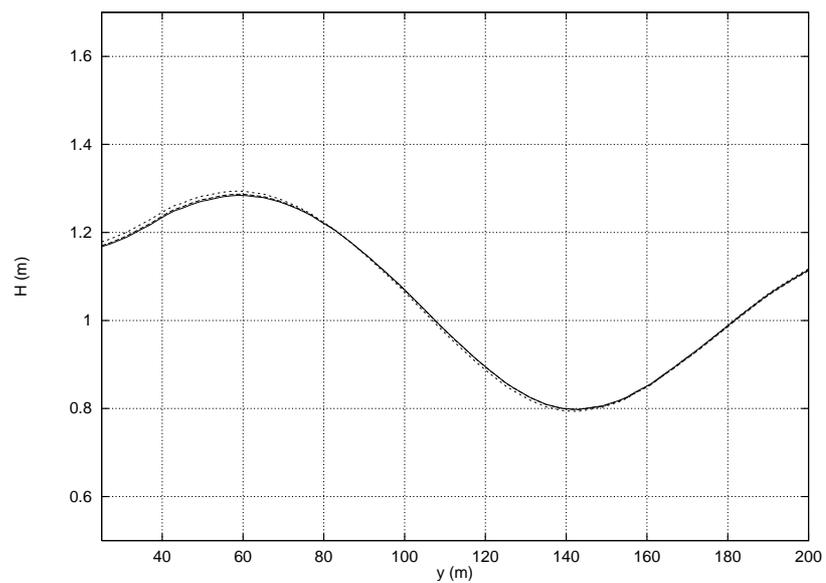


FIGURE II.3 – Comparaison de l'évolution de la hauteur de houle : $R_{ext}=200$ m, $X = 0$, $Y > 0$

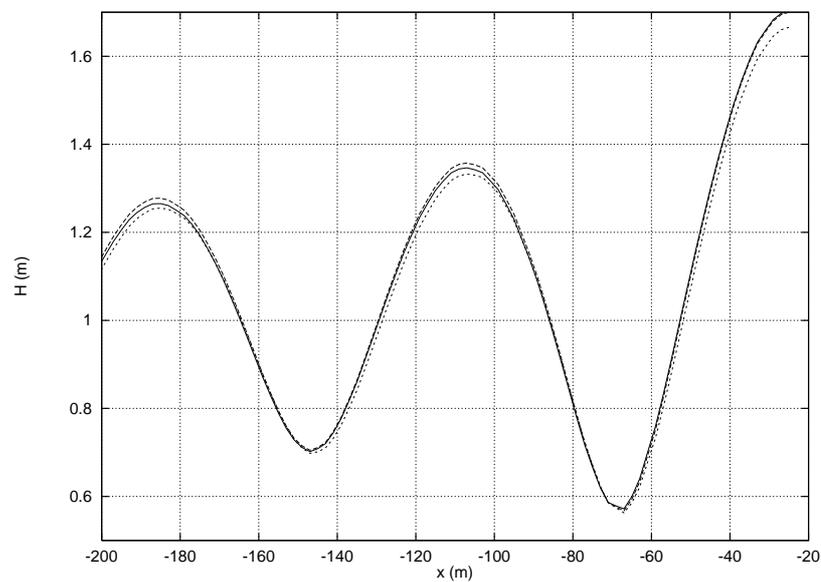


FIGURE II.4 – Comparaison de l'évolution de la hauteur de houle : $R_{ext}=200$ m, $Y = 0$, $X < 0$

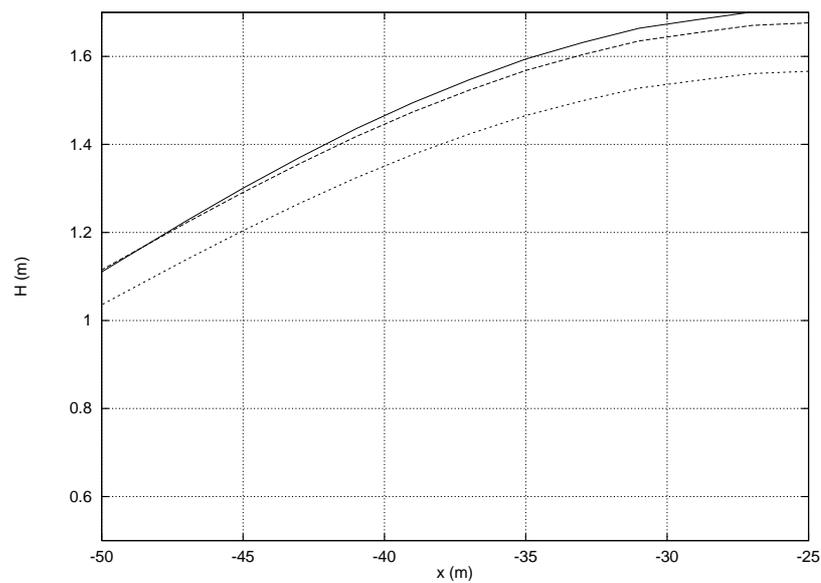


FIGURE II.5 – Comparaison de l'évolution de la hauteur de houle : $R_{ext}=50$ m, $Y = 0$, $X < 0$

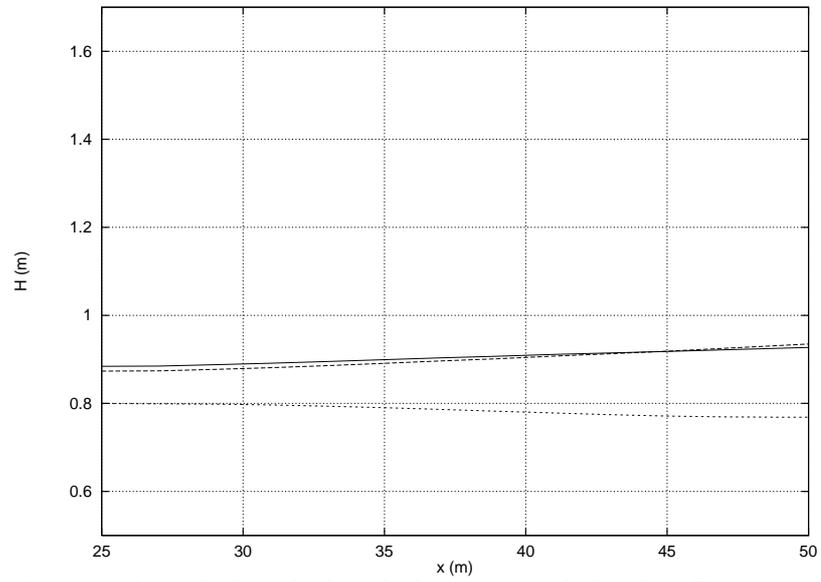


FIGURE II.6 – Comparaison de l'évolution de la hauteur de houle : $R_{ext}=50$ m, $Y = 0$, $X > 0$

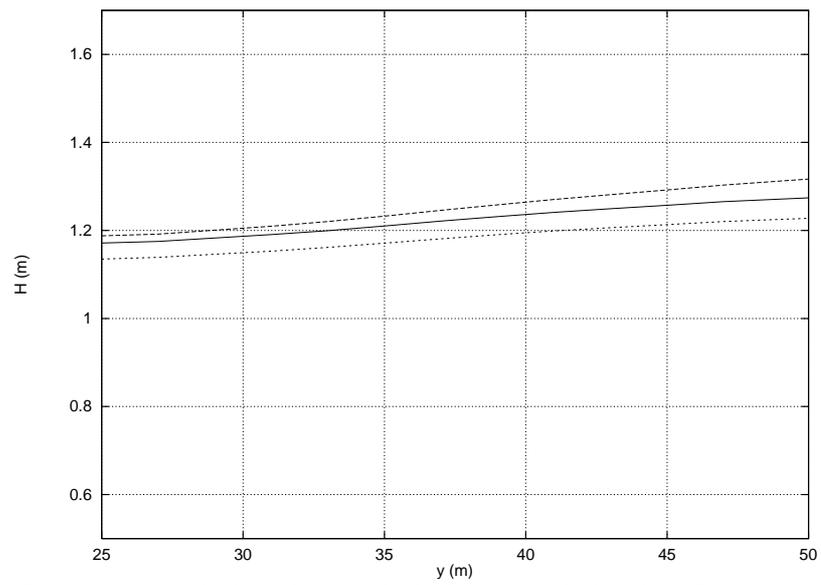


FIGURE II.7 – Comparaison de l'évolution de la hauteur de houle : $R_{ext}=50$ m, $X = 0$, $Y > 0$

La figure II.8 présente les isovalues du module de la hauteur de houle. Les hauteurs de houle les plus fortes se trouvent devant l'obstacle, dans la zone où la houle incidente et la houle réfléchie se superposent.

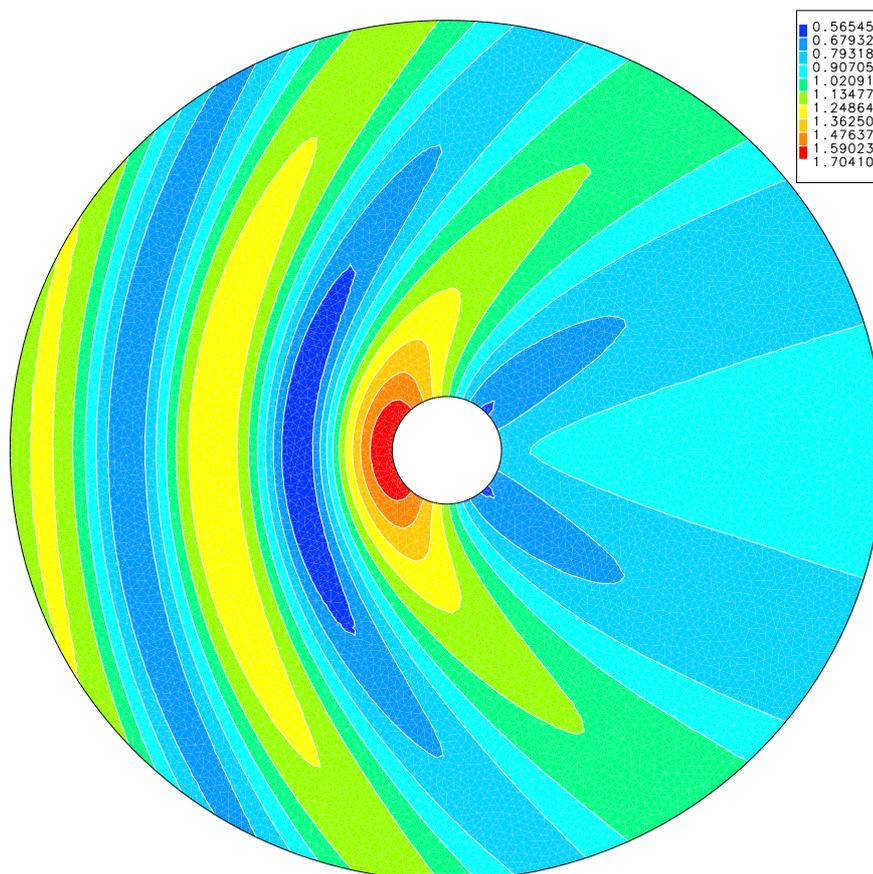


FIGURE II.8 – Module de la hauteur de houle (R_{ext} égal à 200 m).

Chapitre III

BOSSE PARABOLIQUE À PARTIE CENTRALE PLATE

1 Solution analytique

- **Présentation du test**

Nous choisissons un cas test ayant une symétrie de révolution. Il s'agit d'une bosse sur un fond plat. Le sommet de la bosse est, lui aussi, plat. Les deux plateaux sont ensuite reliés par un profil parabolique.

Considérons un repère orthonormé $(0, \mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y)$. Les coordonnées, dans ce repère, sont notées (x, y) . Nous introduisons aussi les coordonnées cylindriques (r, θ) . La bosse parabolique est centrée en 0.

La profondeur $h(r)$, en chaque point du domaine, est donnée par :

$$\begin{cases} h(r) = h_1 \left(\frac{r_0}{r_1} \right)^2 & r \leq r_0 \\ h(r) = h_1 \left(\frac{r}{r_1} \right)^2 & r_0 \leq r \leq r_1 \\ h(r) = h_1 & r \geq r_1 \end{cases}$$

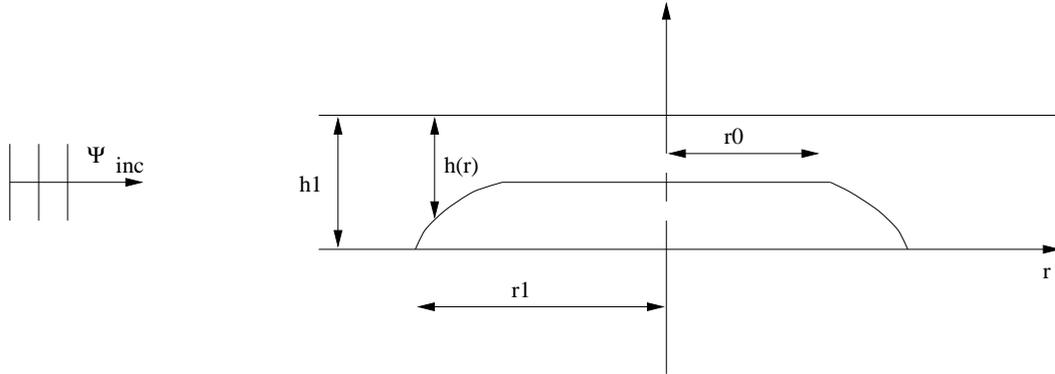


FIGURE III.1 – Bosse parabolique.

• **Calculons la solution analytique du problème :**

Le potentiel complexe Ψ vérifie l'équation de réfraction-diffraction sur pente douce, appelée aussi équation de BERKHOFF (voir notice théorique [2]) :

$$\text{div}(cc_g \nabla \Psi) + k^2 cc_g \Psi = 0 \quad (\text{III.1})$$

Le nombre d'onde $k(x, y)$ dépend de la profondeur d'eau locale $h(x, y)$ par la relation de dispersion :

$$\omega^2 = gk \tanh kh \quad (\text{III.2})$$

La vitesse de groupe a pour expression :

$$c_g = \frac{c}{2} \left(1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right) \quad (\text{III.3})$$

Pour une houle longue, $c = c_g = \sqrt{gh}$ et $\Psi(x, y)$ satisfait l'équation :

$$\text{div}(h \nabla \Psi) + \frac{\omega^2}{g} \Psi = 0 \quad (\text{III.4})$$

L'équation (III.4) s'écrit en coordonnées cylindriques :

$$\Delta \Psi + \frac{h'}{h} \frac{\partial \Psi}{\partial r} + \frac{\omega^2}{gh} \Psi = 0 \quad (\text{III.5})$$

avec $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial^2 r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial^2 \theta}$.

Nous écrivons $\Psi(r, \theta) = \sum_{m=0}^{\infty} f_m(r) \cos m\theta + \sum_{m=1}^{\infty} g_m(r) \sin m\theta$.

- **Onde incidente**

Ecrivons l'onde incidente $\Psi_{inc}(r, \theta)$ sous la forme :

$$\Psi_{inc}(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} f_n^{inc} \cos n\theta + \sum_{n=0}^{\infty} g_n^{inc} \sin n\theta \quad (\text{III.6})$$

Nous savons de plus que l'onde incidente $\Psi_{inc}(r, \theta) = \Psi_0 e^{jkx}$. Comme $k = \frac{\omega}{\sqrt{gh_1}}$ et $x = r \cos \theta$, on en déduit que :

$$\Psi_{inc}(r, \theta) = \Psi_0 e^{j\tau \frac{r}{r_1} \cos \theta} \quad (\text{III.7})$$

avec $\tau = \frac{r_1 \omega}{\sqrt{gh_1}}$.

Nous utilisons maintenant la décomposition en fonctions de Bessel, on pourra se reporter à [3] :

$$\Psi_{inc}(r, \theta) = \Psi_0 \sum_{n=0}^{\infty} j^n \epsilon_n J_n \left(\tau \frac{r}{r_1} \right) \cos n\theta \quad (\text{III.8})$$

avec $\epsilon_n = 2 - \delta_{n0}$. Nous obtenons donc :

$$\begin{cases} f_n^{inc} &= \Psi_0 j^n \epsilon_n J_n \left(\tau \frac{r}{r_1} \right) \\ g_n^{inc} &= 0 \end{cases}$$

On en déduit que $g_n = 0 \forall n$.

- **Propagation sur la pente parabolique** $r_0 \leq r \leq r_1$

La fonction $f_n(r)$ vérifie alors pour $r_0 \leq r \leq r_1$:

$$\frac{\partial^2 f_n}{\partial^2 r} + \frac{3}{r} \frac{\partial f_n}{\partial r} + \frac{\tau^2 - n^2}{r^2} f_n = 0 \quad (\text{III.9})$$

En posant $g_n(u) = f_n[\ln(r)]$, l'équation (III.9) devient :

$$\frac{\partial^2 g_n}{\partial^2 u} + 2 \frac{\partial g_n}{\partial u} + (\tau^2 - n^2) g_n = 0 \quad (\text{III.10})$$

On en déduit que :

$$f_n(r) = B_n r^{-1+a_n} + C_n r^{-1-a_n} \quad (\text{III.11})$$

avec $a_n = \sqrt{n^2 + 1 - \tau^2}$. B_n et C_n sont des constantes complexes.

• **Propagation sur fond plat $r \leq r_0$**

La fonction $f_n(r)$ vérifie alors pour $r \leq r_0$:

$$\frac{\partial^2 f_n}{\partial^2 r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f_n}{\partial r} + \left(\frac{\tau^2}{r_0^2} - \frac{n^2}{r^2} \right) f_n = 0 \quad (\text{III.12})$$

En posant $g_n(u) = f_n \left[\frac{\tau r}{r_0} \right]$, l'équation (2.14) devient :

$$u^2 \frac{\partial^2 g_n}{\partial^2 u} + u \frac{\partial g_n}{\partial u} + (u^2 - n^2) g_n = 0 \quad (\text{III.13})$$

La solution est une combinaison de fonctions de Bessel :

$$f_n = A_n J_n \left(\frac{\tau r}{r_0} \right) + E_n Y_n \left(\frac{\tau r}{r_0} \right) \quad (\text{III.14})$$

A_n et B_n : constantes complexes.

J_n et Y_n : fonctions de Bessel.

• **Propagation sur fond plat $r \geq r_1$**

La fonction $f_n(r)$ vérifie alors pour $r \geq r_1$:

$$\frac{\partial^2 f_n}{\partial^2 r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f_n}{\partial r} + \left(\frac{\tau^2}{r_1^2} - \frac{n^2}{r^2} \right) f_n = 0 \quad (\text{III.15})$$

La solution est encore une combinaison de fonctions de Bessel :

$$f_n = f_n^{inc} + D_n J_n \left(\frac{\tau r}{r_1} \right) + F_n Y_n \left(\frac{\tau r}{r_1} \right) \quad (\text{III.16})$$

D_n et F_n : constantes complexes.

J_n et Y_n : fonctions de Bessel.

• **Résolution**

Pour $r \leq r_0$, la fonction f_n est bornée. On en déduit que $E_n = 0$. Pour $r \geq r_1$, la partie réfléchie de la fonction f_n est sortante en l'infini. On en déduit que $F_n = jD_n$. Nous obtenons donc

$$\begin{cases} f_n = A_n J_n \left(\frac{\tau r}{r_0} \right) & r \leq r_0 \\ f_n = B_n r^{-1+a_n} + C_n r^{-1-a_n} & r_0 \leq r \leq r_1 \\ f_n = f_n^{inc} + D_n H_n^{(1)} \left(\frac{\tau r}{r_1} \right) & r \geq r_1 \end{cases}$$

La continuité de f_n et de sa dérivée en $r = r_0$ et $r = r_1$ donne :

$$\begin{aligned} \left[\begin{array}{cccc} J_n(\tau) & -r_0^{-1+a_n} & -r_0^{-1-a_n} & 0 \\ \frac{\tau}{2r_0} (J_{n-1}(\tau) - J_{n+1}(\tau)) & (1-a_n)r_0^{-2+a_n} & (1+a_n)r_0^{-2-a_n} & 0 \\ 0 & r_1^{-1+a_n} & r_1^{-1-a_n} & -H_n^{(1)}(\tau) \\ 0 & (a_n-1)r_1^{-2+a_n} & -(a_n+1)r_1^{-2-a_n} & -\frac{\tau}{2r_1} (H_{n-1}^{(1)}(\tau) - H_{n+1}^{(1)}(\tau)) \end{array} \right] \begin{bmatrix} A_n \\ B_n \\ C_n \\ D_n \end{bmatrix} \\ = \Psi_0 j^n \epsilon_n \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ J_n(\tau) \\ \frac{\tau}{2r_1} (J_{n-1}(\tau) - J_{n+1}(\tau)) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Les deux premières équations donnent :

$$\begin{cases} B_n = A_n \frac{r_0^{1-a_n}}{2a_n} \left((1+a_n)J_n(\tau) + \frac{\tau}{2}J_{n-1}(\tau) - \frac{\tau}{2}J_{n+1}(\tau) \right) \\ C_n = -A_n \frac{r_0^{1+a_n}}{2a_n} \left((1-a_n)J_n(\tau) + \frac{\tau}{2}J_{n-1}(\tau) - \frac{\tau}{2}J_{n+1}(\tau) \right) \end{cases}$$

Posons :

$$\begin{cases} a = \frac{1}{2} \left(\frac{r_0}{r_1} \right) \left[\left(\frac{r_1}{r_0} \right)^{a_n} + \left(\frac{r_0}{r_1} \right)^{a_n} \right] \left(J_n(\tau) + \frac{\tau}{2}J_{n-1}(\tau) - \frac{\tau}{2}J_{n+1}(\tau) \right) \\ b = \frac{1}{2} \left(\frac{r_0}{r_1} \right) \left[\left(\frac{r_1}{r_0} \right)^{a_n} - \left(\frac{r_0}{r_1} \right)^{a_n} \right] J_n(\tau) \\ c = \frac{1}{2} \left(\frac{r_0}{r_1} \right) \left[\left(\frac{r_1}{r_0} \right)^{a_n} - \left(\frac{r_0}{r_1} \right)^{a_n} \right] \left(J_n(\tau) + \frac{\tau}{2}J_{n-1}(\tau) - \frac{\tau}{2}J_{n+1}(\tau) \right) \\ d = \frac{1}{2} \left(\frac{r_0}{r_1} \right) \left[\left(\frac{r_1}{r_0} \right)^{a_n} + \left(\frac{r_0}{r_1} \right)^{a_n} \right] J_n(\tau) \end{cases}$$

• Les deux dernières équations donnent :

$$\begin{cases} \left(\frac{c}{a_n} + d \right) A_n - H_n^{(1)}(\tau) D_n = \Psi_0 j^n \epsilon_n J_n(\tau) \\ \left(a + a_n b - \frac{c}{a_n} - d \right) A_n - \frac{\tau}{2} (H_{n-1}^{(1)}(\tau) - H_{n+1}^{(1)}(\tau)) D_n = \Psi_0 j^n \epsilon_n \frac{\tau}{2} (J_{n-1}(\tau) - J_{n+1}(\tau)) \end{cases}$$

ou bien

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{c}{a_n} + d \right) A_n - H_n^{(1)}(\tau) D_n = \Psi_0 j^n \epsilon_n J_n(\tau) \\ (a + a_n b) A_n - \left(H_n^{(1)}(\tau) + \frac{\tau}{2} H_{n-1}^{(1)}(\tau) - \frac{\tau}{2} H_{n+1}^{(1)}(\tau) \right) D_n \\ \qquad \qquad \qquad = \Psi_0 j^n \epsilon_n \left(J_n(\tau) + \frac{\tau}{2} J_{n-1}(\tau) - \frac{\tau}{2} J_{n+1}(\tau) \right) \end{array} \right. \quad (\text{III.17})$$

• **Cas particulier** : $r_0 = r_1$

Si le fond est plat, alors $r_0 = r_1$ et $b = c = 0$. Les équations (2.24) deviennent :

$$\left\{ \begin{array}{l} A_n = \Psi_0 j^n \epsilon_n + \frac{H_n^{(1)}(\tau)}{J_n(\tau)} D_n \\ A_n = \Psi_0 j^n \epsilon_n + \frac{\left(H_n^{(1)}(\tau) + \frac{\tau}{2} H_{n-1}^{(1)}(\tau) - \frac{\tau}{2} H_{n+1}^{(1)}(\tau) \right)}{\left(J_n(\tau) + \frac{\tau}{2} J_{n-1}(\tau) - \frac{\tau}{2} J_{n+1}(\tau) \right)} D_n \end{array} \right. \quad (\text{III.18})$$

On vérifie que $(A_n, D_n) = (\Psi_0 j^n \epsilon_n, 0)$ est solution du système (III.18). La partie réfléchie de l'onde est donc nulle.

2 Description du cas test

- Les caractéristiques physiques sont :

La géométrie de la bosse parabolique est présentée sur la figure (III.1)

La profondeur h_1 est égale à 1 m.

Le rayon r_1 est égal à 30 m.

Le rayon r_0 est égal à 21.21 m, soit une profondeur de 0.5 m sur la partie centrale plate.

La houle a une période de 12 s alors que sa hauteur est de 1 m.

La longueur d'onde est de 37.4 m.

La direction de propagation est parallèle à Ox.

- Les caractéristiques du maillage sont :

- $R_{ext} = 50$ m

REFONDE méthode 1 et 2 :

6342 noeuds

12682 éléments

REFONDE méthode 3 :

6342 noeuds

12332 éléments

Remarque : On ne peut pas représenter la bosse parabolique comme dans le cas de l'île circulaire seulement dans le fichier de contour *.12. Comme les fonds ne sont plus plats, il convient ici d'intégrer les caractéristiques géométriques dans le fichier de bathymétrie *.10.

3 Présentation des résultats

Le rayon du contour extérieur est choisi égal à 50 m. Les résultats obtenus par le code REFONDE méthode 3 sont excellents. Si on constate que la courbe obtenue ne se superpose pas pleinement à la courbe de la solution exacte, nous pouvons imputer ce phénomène au fait que pour obtenir celle-ci, on a fait l'hypothèse des ondes longues, ce qui n'est pas totalement la réalité dans l'exemple traité. En effet, le rapport $\frac{2\pi h}{\lambda}$ soit kh est égal à 0.18, valeur qui n'est pas négligeable devant 1.

La courbe obtenue par REFONDE méthode 1 est un peu moins bonne, en particulier pour les abscisses supérieures à 20 m où la courbe oscille autour de la solution exacte. Les erreurs sont encore dues aux conditions limites qui sont imparfaites avec cette formulation.

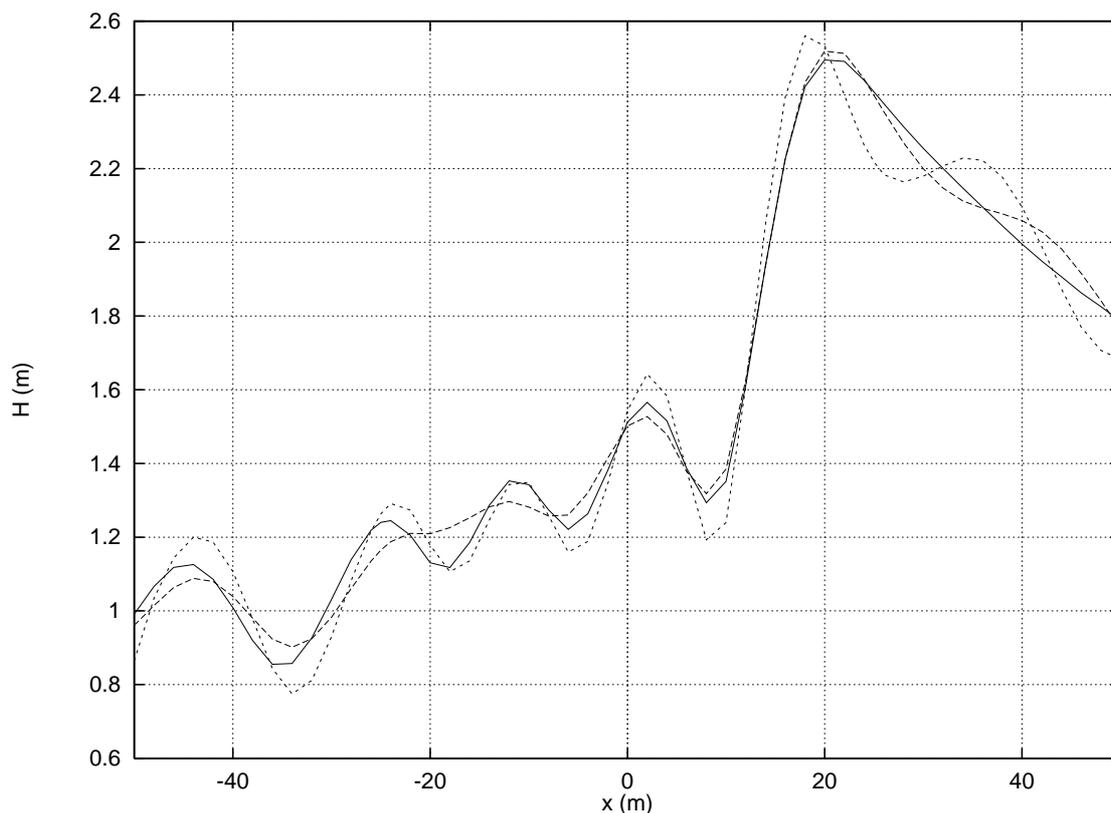


FIGURE III.2 – Module de la hauteur de houle : $R_{ext}=50$ m, $Y = 0$.

Afin d'apprécier les résultats du code REFONDE méthode 3, nous présentons un tableau dans lequel nous donnons les modules de la hauteur de la houle pour la solution analytique, REFONDE méthode 1, REFONDE méthode 2 et REFONDE méthode 3. La hauteur de la houle incidente est toujours choisie égale à 1.

COORD.		ANALYTIQUE	METHODE 1	METHODE 2	METHODE 3
X	Y	$ H $	$ H $	$ H $	$ H $
25	0	2.47	2.22	2.40	2.41
50	0	1.79	1.68	1.76	1.78
-25	0	1.27	1.26	1.16	1.24
-50	0	0.98	0.86	0.96	0.99

TABLE III.1 – Comparaison des modules de la hauteur de houle.

4 Analyse de sensibilité du paramètre max

Nous allons nous intéresser à l'évolution de la hauteur de houle en fonction de l'ordre de troncature sur la sommation de l'équation (1.4) pour le point : $X = 25, Y = 0$.

max	$ H $
1	0.7966
2	0.9815
5	2.5933
10	2.4151
20	2.4153
30	2.4153
40	2.4156

TABLE III.2 – Analyse de la sensibilité sur la troncature.

On observe qu'à partir d'une valeur de max égale à 10, le module de la hauteur houle a convergé.

5 Analyse de sensibilité du nombre de noeuds

Nous allons nous intéresser à l'évolution de la hauteur de houle en fonction du nombre de noeuds pour le point $X = 25$, $Y = 0$ avec max égal à 40. L'entier N désigne toujours le nombre de noeuds par longueur d'onde.

Nb Noeuds	$ H $	N
1286	2.4156	22
2592	2.4460	31
4238	2.4457	40
6428	2.4561	49

TABLE III.3 – Analyse de sensibilité sur la densité du maillage.

Dans cet exemple, on constate qu'une densité de près de 30 noeuds par longueur d'onde est nécessaire pour obtenir des résultats satisfaisants.

Nous avons présenté sur la figure III.3 le module de la hauteur de houle, en utilisant la méthode 2. Ceci met en évidence les profils de la hauteur de houle et permet de localiser les zones de grandes amplitudes ou de faibles amplitudes. Ainsi, la traversée de la bosse parabolique s'accompagne-t-elle d'une brusque élévation de la hauteur de houle, que nous pouvons visualiser derrière l'obstacle. La houle est donc concentrée par la bosse. Celle-ci agit comme une lentille, en multipliant la hauteur de la houle par 2.5 environ.

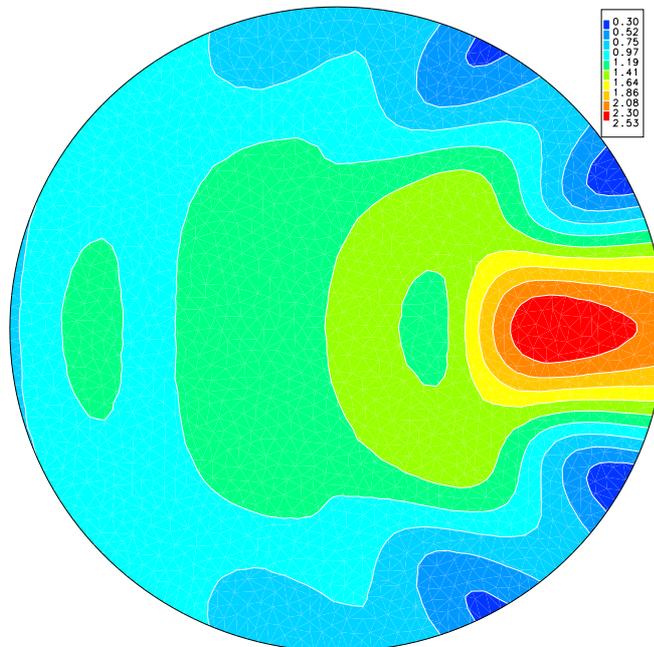


FIGURE III.3 – Module de la hauteur de houle.

Chapitre IV

DEMI-PLAN

Le cas à traiter consiste à envoyer une onde plane incidente sur un demi-plan parfaitement réfléchissant représenté sur la figure 1.1. L'onde incidente se propage sur un fond plat suivant Ox dans le sens des x négatifs.

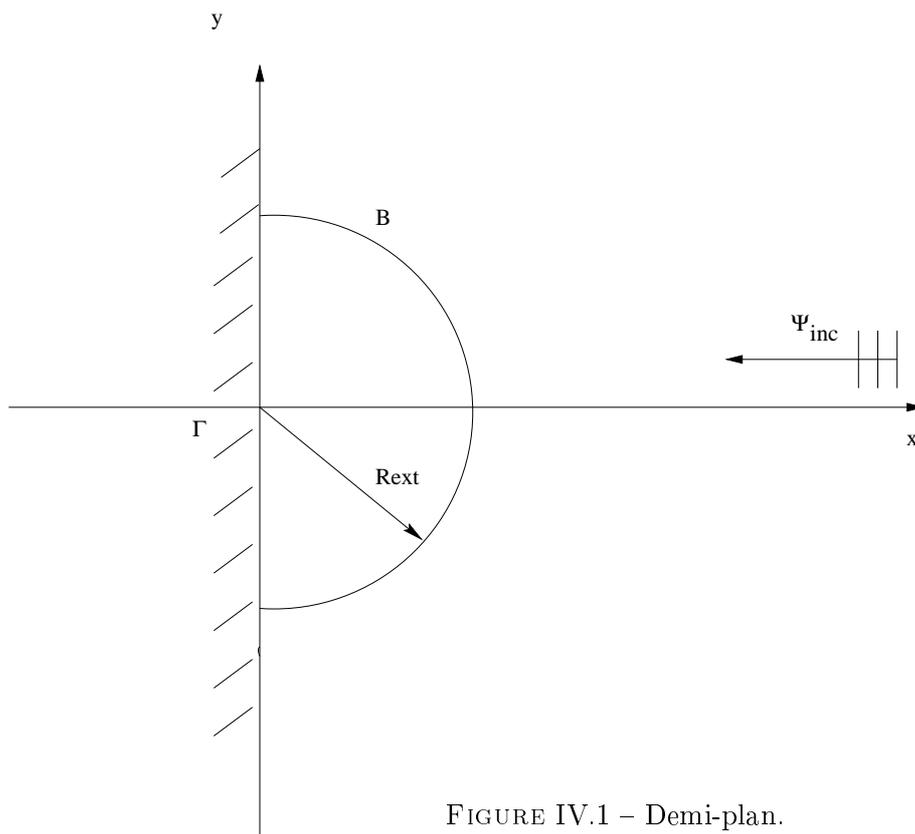


FIGURE IV.1 – Demi-plan.

Γ : frontière réfléchissante

B : frontière ouverte ou super-élément

1 Solution analytique

Le point M est repéré en coordonnées polaires par le rayon r et l'angle θ . On utilisera les coordonnées cartésiennes x, y dans un repère de centre O. Nous noterons

ω la pulsation de la houle

h la profondeur

k le nombre d'onde donné par la relation de dispersion $\omega^2 = gk \tanh(kh)$

Ψ_{inc} le potentiel complexe de l'onde incidente qui est une onde plane se propageant suivant une direction faisant un angle α avec l'axe Ox.

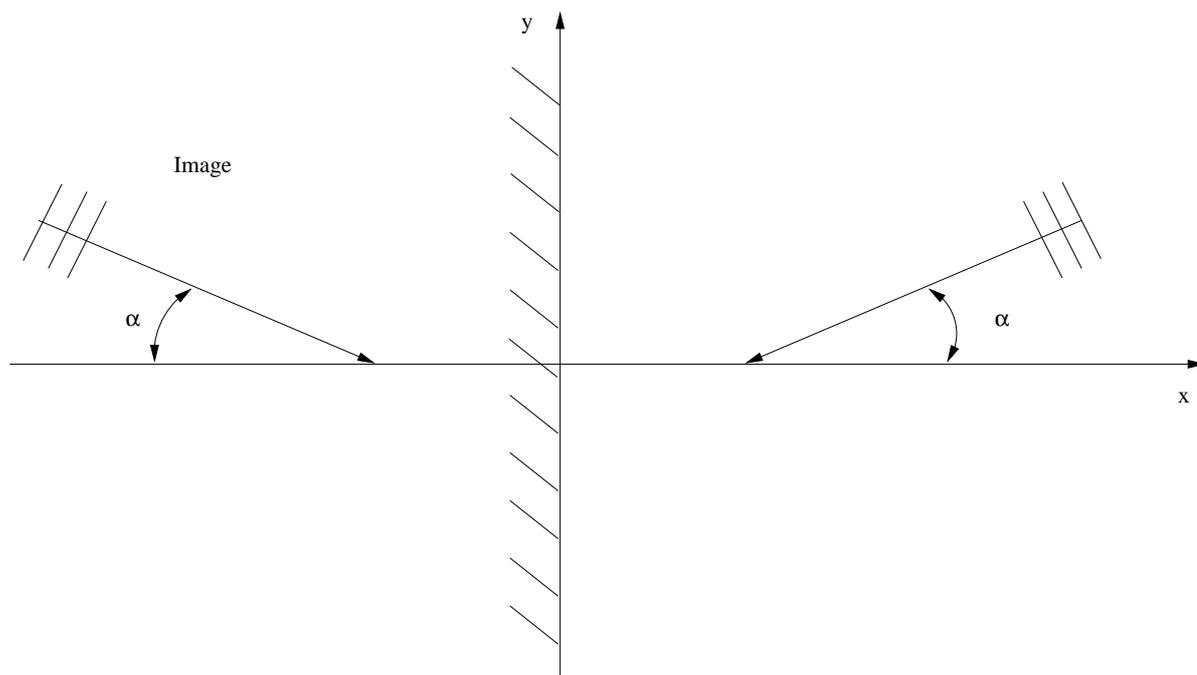


FIGURE IV.2 – Demi-plan.

Le potentiel solution du problème s'obtient comme la superposition de l'onde incidente et de son image. Pour une onde incidente d'expression :

$$\Psi_{inc} = e^{j\vec{k}\cdot\vec{r}} = e^{j(kx \cos \alpha + ky \sin \alpha)}$$

Avec α l'angle que font les vecteurs \vec{k} et \vec{r} .

En superposant l'onde incidente et son image, nous obtenons comme onde Ψ :

$$\Psi = e^{jkx \cos \alpha + jky \sin \alpha} + e^{-jkx \cos \alpha + jky \sin \alpha}$$

L'expression de l'onde Ψ est donc :

$$\boxed{\Psi = 2 \cos(kx \cos \alpha) e^{jky \sin \alpha}} \quad (\text{IV.1})$$

2 Description des cas tests

• **Les caractéristiques physiques sont :**

Le rayon de la frontière fictive est 10m.

Le domaine a une profondeur de 1m.

La période $\frac{2\pi}{w}$ de la houle incidente est de 10 s, alors que sa hauteur est de 1m.

La longueur d'onde $\frac{2\pi}{k}$ est de 31.11m.

L'onde incidente a successivement pour angle d'incidence 0, 30 et 60 degrés.

• **Les caractéristiques du maillage sont :**

Nous avons pris une aire de 0.05 m² pour les éléments.

REFONDE condition limite avec solution analytique :

3054 noeuds

5546 éléments

3 Présentation et analyse des résultats

Nous appellerons REFONDE méthode 3 un calcul avec un super-élément sur la frontière ouverte. Nous présentons ci-dessous des résultats numériques pour des angles d'incidence de 0, 30 et 60 degrés, calculés avec la solution analytique et la méthode 3.

- $\theta_{\text{inc}} = 0^\circ$

COOR		ANALYTIQUE	METHODE 3
X	Y	$ H $	$ H $
0	R	2	1.99
0	R/2	2	2
0	0	2	2
R/2	0	1.08	1.06
R	0	0.83	0.87

- $\theta_{\text{inc}} = 30^\circ$

COOR		ANALYTIQUE	METHODE 3
X	Y	$ H $	$ H $
0	R	2	2
0	R/2	2	1.99
0	0	2	1.99
R/2	0	1.29	1.28
R	0	0.32	0.35

- $\theta_{\text{inc}} = 60^\circ$

COOR		ANALYTIQUE	METHODE 3
X	Y	$ H $	$ H $
0	R	2	1.99
0	R/2	2	1.99
0	0	2	1.99
R/2	0	1.75	1.75
R	0	1.08	1.06

Tous ces résultats montrent la bonne qualité de la méthode 3.

4 Analyse de sensibilité du paramètre max

Nous allons nous intéresser à l'évolution de la hauteur de houle en fonction de l'ordre de troncature sur la sommation de l'équation (1.16) pour le point : $X = R$, $Y = 0$ et $R_{\text{ext}} = 10\text{m}$.

max.	$ H $
1	0.42
5	0.86
10	0.87
60	0.87

Nous constatons qu'à partir de $\text{max} = 5$, la valeur de $|H|$ se stabilise.

5 Présentation des courbes

Nous avons effectué des tests pour des angles d'incidence de 0, 30 et 60°. Nous pouvons constater que les résultats obtenus par la méthode de la frontière fictive sont excellents. En effet, les courbes obtenues par les figures IV.3, IV.4 et IV.5 permettent de conclure que les résultats obtenus sont similaires à la solution exacte.

Légende

————— : code REFONDE avec méthode 3

— — — — : solution analytique

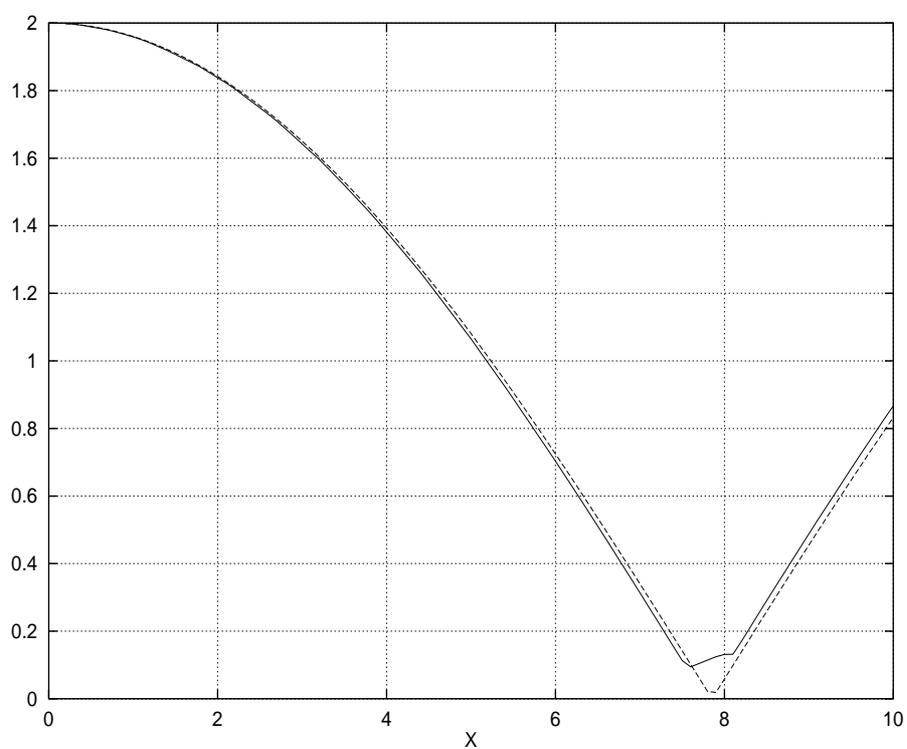


FIGURE IV.3 – Évolution de la hauteur de houle : $R_{ext}=10$ m, $Y=0, X>0, \alpha = 0^\circ$.

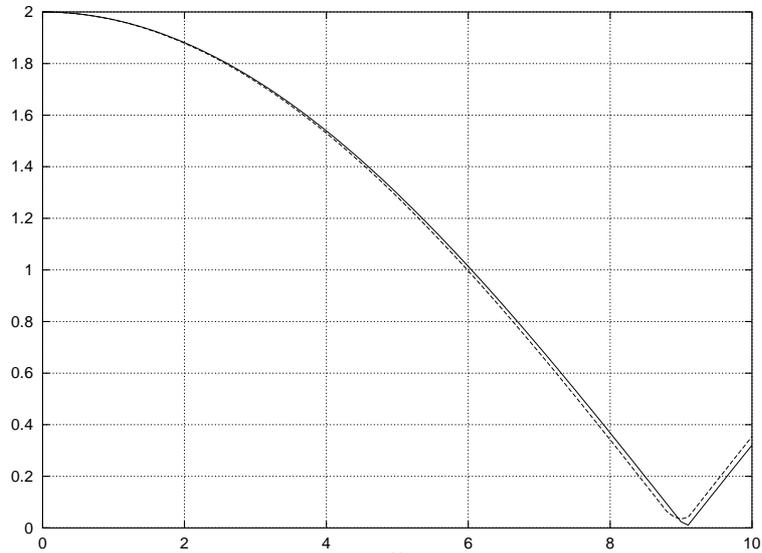


FIGURE IV.4 – Évolution de la hauteur de houle : $R_{ext} = 10$ m, $Y = 0$, $X > 0$, $\alpha = 30^\circ$.

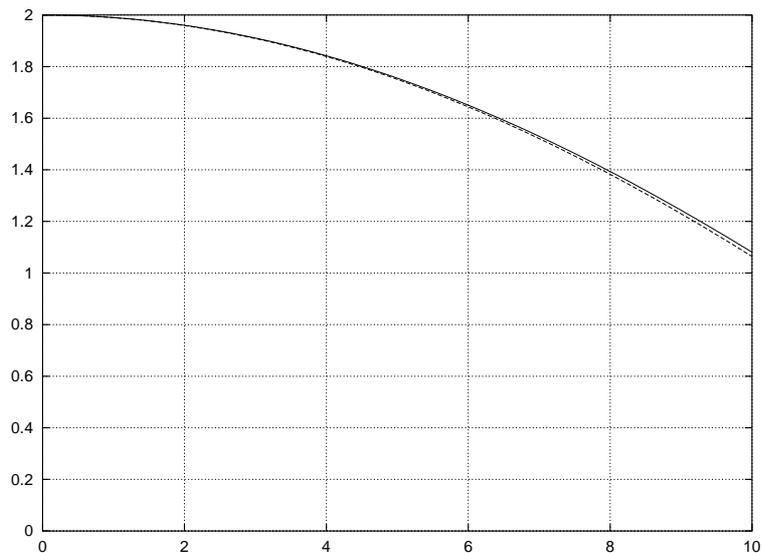


FIGURE IV.5 – Évolution de la hauteur de houle : $R_{ext} = 10$ m, $Y = 0$, $X > 0$, $\alpha = 60^\circ$.

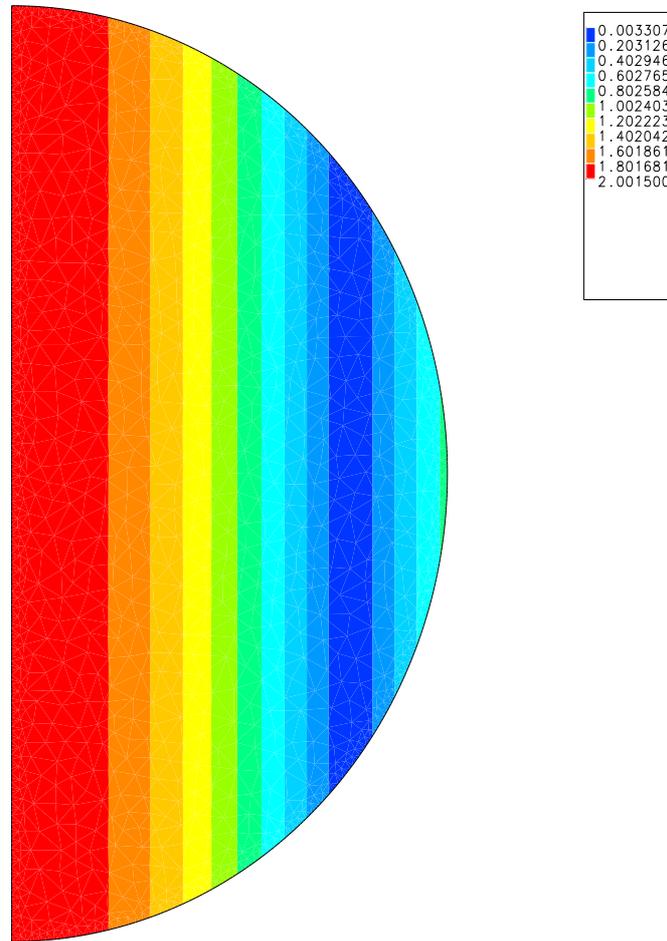


FIGURE IV.6 – Module de la hauteur de houle : $R_{ext}=10$ m, $Y = 0$, $X > 0$, $\alpha = 0^\circ$

La figure (IV.6) présente les isovaleurs du module de la hauteur de houle. On remarquera que les isovaleurs sont parallèles à l'obstacle sur lequel se réfléchit la houle.

Chapitre V

QUART DE CERCLE

1 Solution analytique

- Présentation du test

Nous choisissons comme cas test un quart de cercle.

Considérons un repère orthonormé $(0, \mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y)$. Les coordonnées, dans ce repère, sont notées (x, y) . Nous introduisons aussi les coordonnées cylindriques (r, θ) .

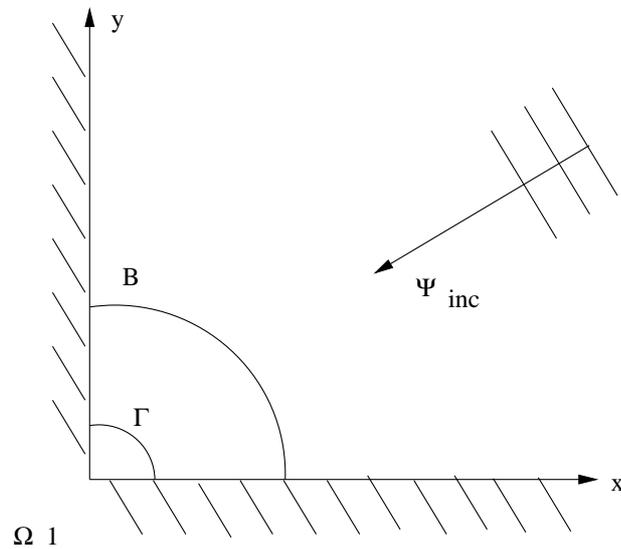


FIGURE V.1 – Quart de cercle.

- **Calculons la solution analytique du problème :**

Pour cela, nous utiliserons le résultat obtenu pour l'île circulaire. En effet, une onde d'incidence qui se propage sur un quart de cylindre correspond à la superposition de quatre ondes sur l'île cylindrique avec pour angles respectifs : α , $\pi - \alpha$, $\pi + \alpha$, $2\pi - \alpha$, où α est l'angle d'incidence.

2 Description des cas tests

- Les caractéristiques physiques sont :

La géométrie de l'arc cylindrique est présentée sur la figure (V.1).

La période de la houle est 12 s.

La profondeur est de 1 m.

La longueur d'onde est de 37,41 m.

L'onde incidente se propage suivant une direction faisant un angle α avec l'axe Ox.

3 Présentation des courbes

Le rayon du contour extérieur est choisi égal à 10 m. Les résultats obtenus par le code REFONDE méthode 3 sont excellents.

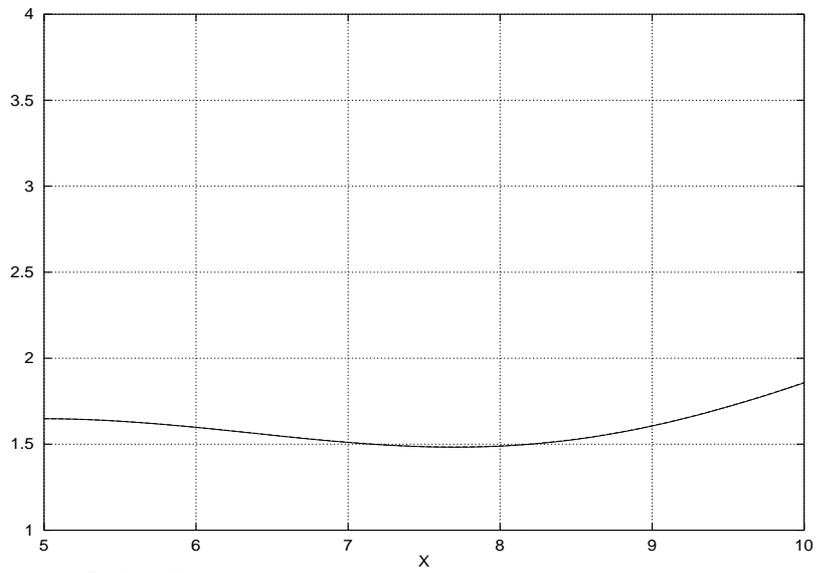


FIGURE V.2 – Comparaison de l'évolution de l'amplitude de l'onde : $\alpha = 0^\circ, Y = 0$.

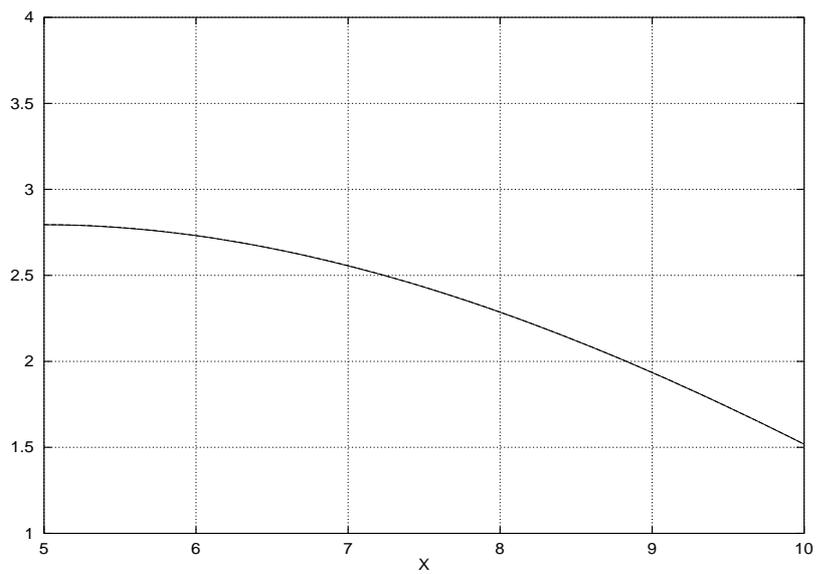


FIGURE V.3 – Comparaison de l'évolution de l'amplitude de l'onde : $\alpha = 45^\circ, Y = 0$.

4 Présentation et analyse des résultats

Afin d'apprécier les résultats du code REFONDE méthode 3, nous présentons un tableau dans lequel nous donnons les modules de la hauteur de la houle pour la solution analytique et REFONDE méthode 3. La hauteur de la houle incidente est choisie égale à 1 m.

$$\alpha_{\text{inc}} = 0^\circ$$

COORD.		ANALYTIQUE	METHODE 3
X	Y	$ H $	$ H $
R/2	0	1.6483	1.6482
R	0	1.8583	1.8568

$$\alpha_{\text{inc}} = 45^\circ$$

COORD.		ANALYTIQUE	METHODE 3
X	Y	$ H $	$ H $
R/2	0	2.7948	2.7944
R	0	1.5182	1.5183

Nous avons présenté sur la figure ci-dessous (V.4) la hauteur de houle, en utilisant la méthode 3. Ceci nous permet de mettre en évidence les variations de la hauteur de houle et de localiser les zones de grandes amplitudes ou de faibles amplitudes.

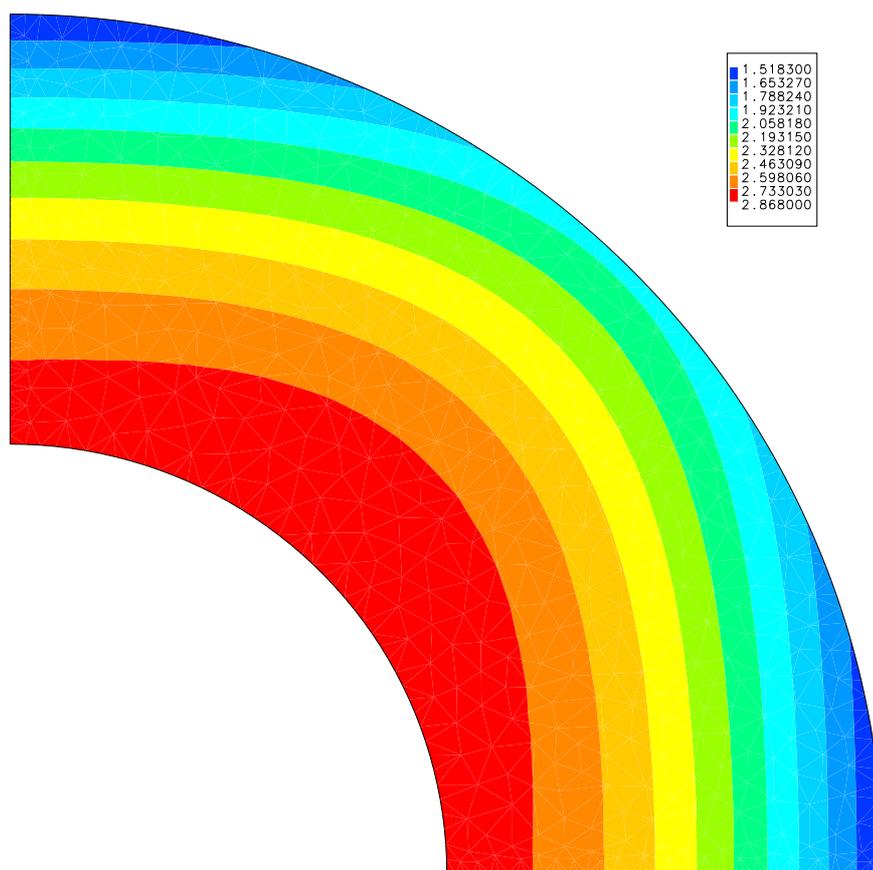


FIGURE V.4 – Module de la hauteur de houle, $\alpha = 45^\circ$.

Chapitre VI

DIGUE SEMI-INFINIE

1 Solution analytique

- **Présentation du cas test**

Il consiste à envoyer une onde plane incidente sur une digue semi-infinie parfaitement réfléchissante. L'onde incidente se propage sur un fond plat suivant une direction faisant un angle α avec l'axe Ox.

B : frontière ouverte ou super-élément

Γ : frontière réfléchissante

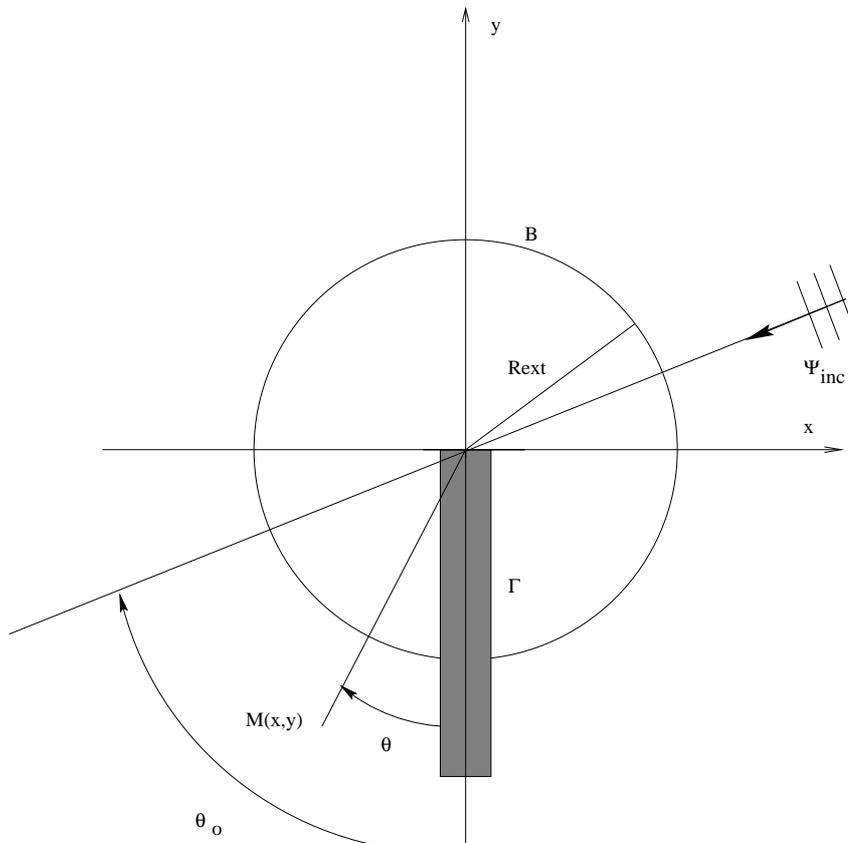


FIGURE VI.1 – Digue.

•Calculons une solution approchée du problème

Le point M est repéré en coordonnées polaires par le rayon r et l'angle θ . On utilisera les coordonnées cartésiennes x, z dans un repère de centre O.

θ_0 est l'angle que fait l'onde d'incidence avec la digue. Pour déterminer l'expression de l'onde réfléchie à partir d'une onde incidente $e^{-jk \cdot r}$, nous allons au préalable calculer les valeurs de σ , σ' , f, U_1 , W_1 , U_2 et W_2 nécessaires.

•Les expressions de σ et σ' sont :

$$\sigma = 2 \left(\frac{kr}{\pi} \right)^{0.5} \sin(0.5 * (\theta - \theta_0))$$

$$\sigma' = -2 \left(\frac{kr}{\pi} \right)^{0.5} \sin(0.5 * (\theta + \theta_0))$$

avec $r^2 = x^2 + y^2$

•La fonction f est donnée par :

Pour $\sigma > 0$

$$\begin{aligned} f(\sigma) &= \frac{1+i}{2} \int_{-\infty}^{\sigma} e^{-0.5 \cdot \pi \cdot i \cdot u^2} du \\ &= 0.5((1 + C + S) - i(S - C)) \end{aligned}$$

Pour $\sigma < 0$

$$\begin{aligned} f(-\sigma) &= \frac{1+i}{2} \int_{-\infty}^{-\sigma} e^{-0.5 \cdot \pi \cdot i \cdot u^2} du \\ &= 0.5((1 - C - S) + i(S - C)) \end{aligned}$$

Avec C et S les intégrales de Fresnel définies par :

$$C(\sigma) = \int_0^{\sigma} \cos\left(\frac{\pi u^2}{2}\right) du$$

$$S(\sigma) = \int_0^\sigma \sin\left(\frac{\pi u^2}{2}\right) du$$

• Pour exprimer U_1, W_1, U_2 et W_2 , utilisons les expressions :

$$f(-\sigma) = U_1 + iW_1$$

$$f(-\sigma') = U_2 + iW_2$$

ce qui nous permet de déduire les expressions :

$$U_1 = \text{Re}(f(-\sigma))$$

$$U_2 = \text{Re}(f(-\sigma'))$$

$$W_1 = \text{Im}(f(-\sigma))$$

$$W_2 = \text{Im}(f(-\sigma'))$$

Pour l'onde réfléchie F, on différencie trois régions : Q, R et S :

• Dans la région S, σ et σ' sont négatifs :

$$F(r, \theta)_S = \{U_1 \cos[kr \cos(\theta - \theta_0)] + U_2 \cos[kr \cos(\theta + \theta_0)] + W_1 \sin[kr \cos(\theta - \theta_0)] + W_2 \sin[kr \cos(\theta + \theta_0)]\} + i\{W_1 \cos[kr \cos(\theta - \theta_0)] + W_2 \cos[kr \cos(\theta + \theta_0)] - U_1 \sin[kr \cos(\theta - \theta_0)] - U_2 \sin[kr \cos(\theta + \theta_0)]\}$$

• Dans la région Q, σ est positif et σ' est négatif :

$$F(r, \theta)_Q = \{\cos[kr \cos(\theta - \theta_0)] - U_1 \cos[kr \cos(\theta - \theta_0)] - W_1 \sin[kr \cos(\theta - \theta_0)] + U_2 \cos[kr \cos(\theta + \theta_0)] + W_2 \sin[kr \cos(\theta + \theta_0)]\} + i\{-\sin[kr \cos(\theta - \theta_0)] - W_1 \cos[kr \cos(\theta - \theta_0)] + U_1 \sin[kr \cos(\theta - \theta_0)] + W_2 \cos[kr \cos(\theta + \theta_0)] - U_2 \sin[kr \cos(\theta + \theta_0)]\}$$

• Dans la région R, σ et σ' sont positifs :

$$F(r, \theta)_R = \{\cos[kr \cos(\theta - \theta_0)] + \cos[kr \cos(\theta + \theta_0)] - U_1 \cos[kr \cos(\theta - \theta_0)] - U_2 \cos[kr \cos(\theta + \theta_0)] - W_1 \sin[kr \cos(\theta - \theta_0)] - W_2 \sin[kr \cos(\theta + \theta_0)]\} + i\{\sin[kr \cos(\theta - \theta_0)] - \sin[kr \cos(\theta + \theta_0)] - W_1 \cos[kr \cos(\theta - \theta_0)] - W_2 \cos[kr \cos(\theta + \theta_0)] + U_1 \sin[kr \cos(\theta - \theta_0)] + U_2 \sin[kr \cos(\theta + \theta_0)]\}$$

2 Description des cas tests

Le rayon de la frontière fictive est 1248 m.

Le domaine a une profondeur de 1 m.

La période $\frac{2\pi}{w}$ de la houle incidente est de 800 s, alors que sa hauteur est de 1m.

La longueur d'onde $\frac{2\pi}{k}$ est de 2505.7 m.

3 Présentation des courbes

Notre objectif est la comparaison des résultats obtenus par la solution analytique avec ceux du logiciel REFONDE.

Nous avons retenu les tests numériques avec un angle d'incidence de 0, 45 et -45 degrés. Nous nous intéressons plus particulièrement à la zone localisée et à l'amplitude et à la phase de l'onde.

Légende

————— : solution analytique

- - - - - : code REFONDE avec méthode 3

Les calculs ont été effectués le long de la digue ($X = - 15\text{m}$) et perpendiculairement ($Y = 10\text{m}$) avec trois angles d'incidence différents 0, 45 et -45° . La comparaison des résultats obtenus par la méthode 3 avec la solution analytique montre tout l'intérêt de la méthode.

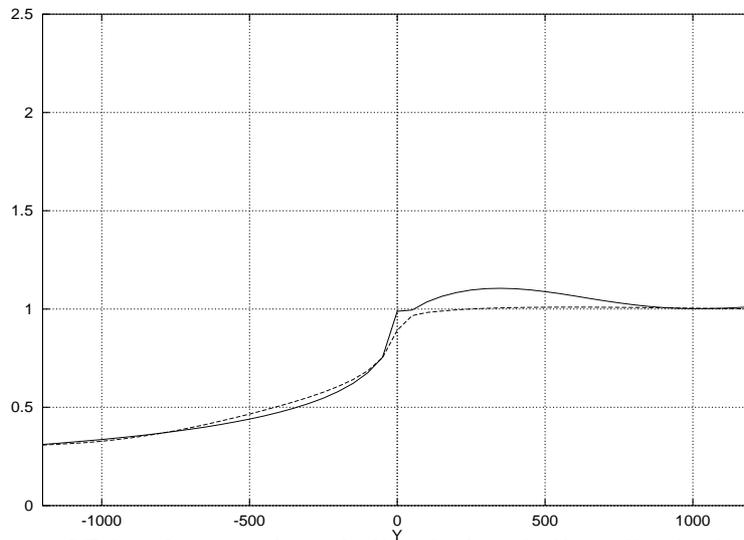


FIGURE VI.2 – Comparaison de l'évolution de l'amplitude de houle : $X = -15\text{m}$, $\alpha = 0^\circ$.

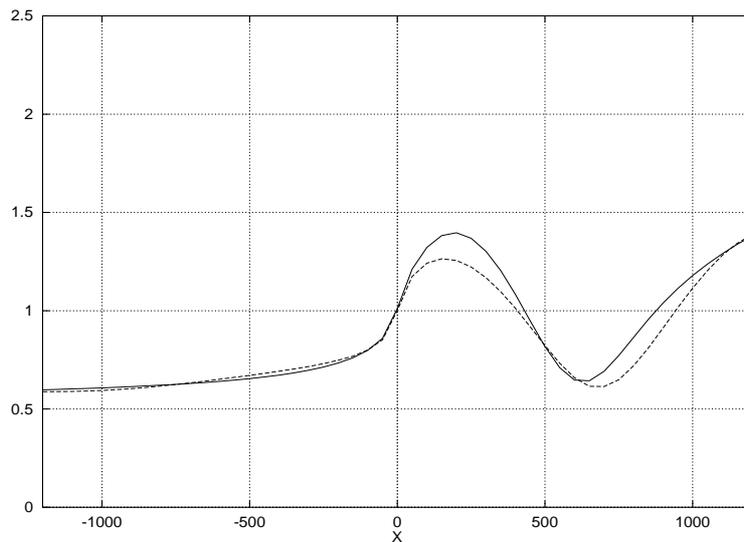


FIGURE VI.3 – Comparaison de l'évolution de l'amplitude de houle : $Y = 10\text{m}$, $\alpha = 0^\circ$.

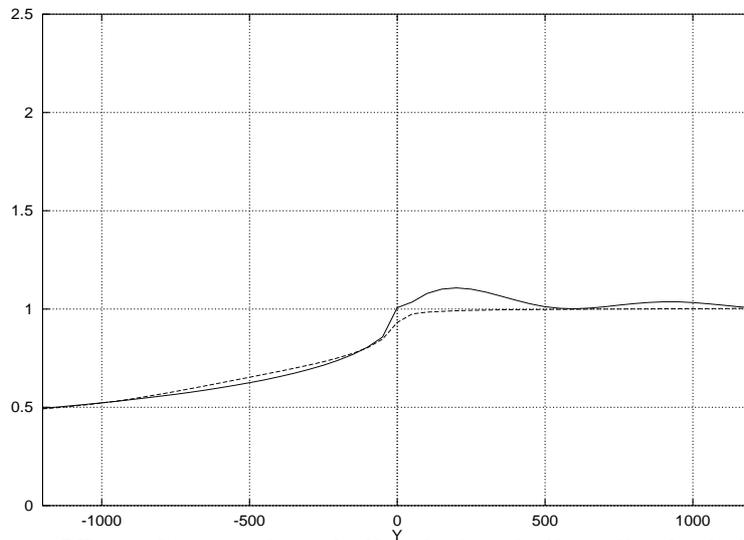


FIGURE VI.4 – Comparaison de l'évolution de l'amplitude de houle : $X = -15\text{m}$, $\alpha = 45^\circ$.

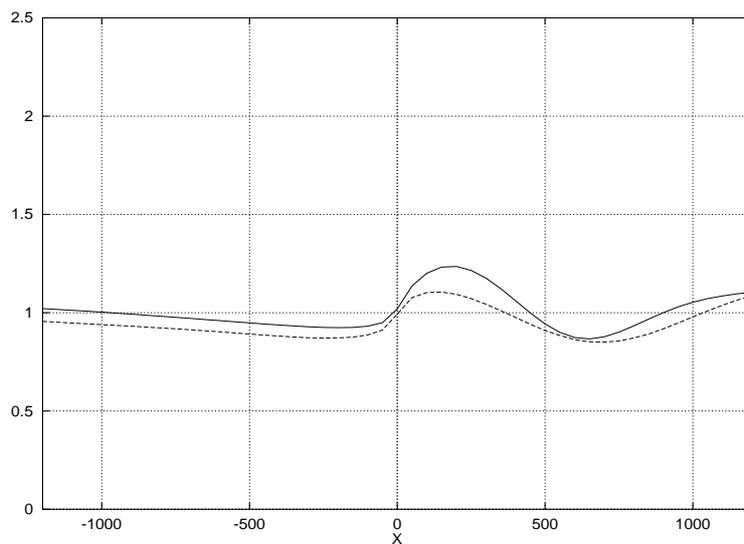


FIGURE VI.5 – Comparaison de l'évolution de l'amplitude de houle : $Y = 10\text{m}$, $\alpha = 45^\circ$.

Afin de visualiser les profils des amplitudes et des phases, nous avons entrepris de représenter les isovaleurs obtenues avec les angles différents. Les différences sont dues au fait que la solution analytique est une solution approchée.

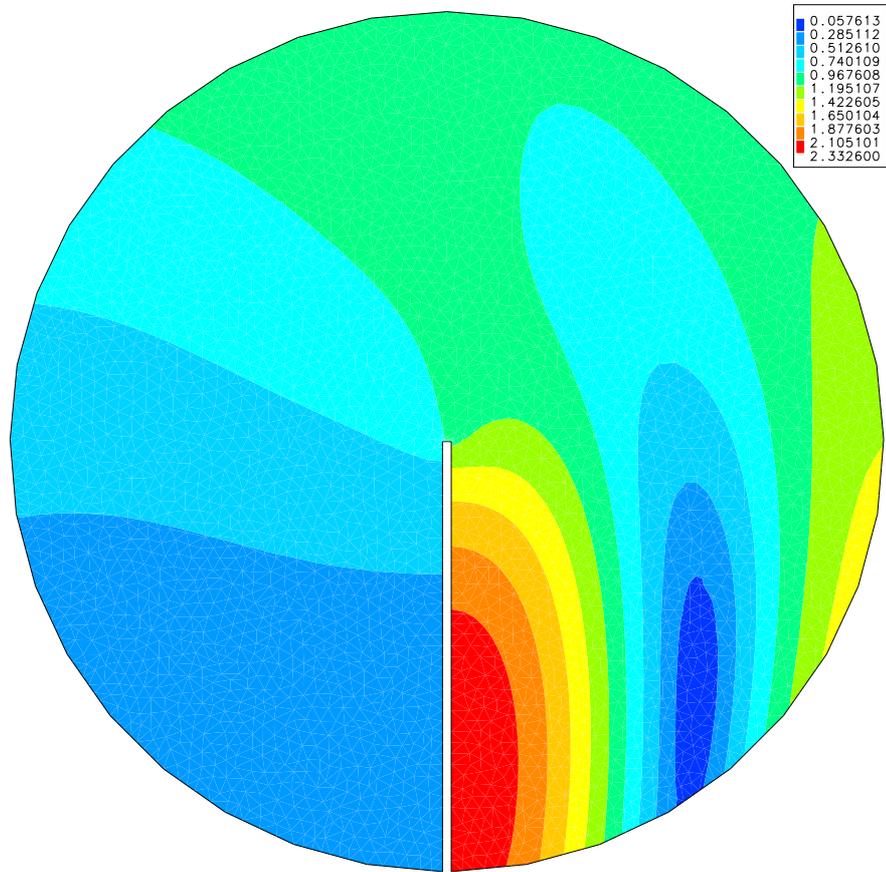


FIGURE VI.6 – Module de la hauteur de houle pour un angle d'incidence de 0° .

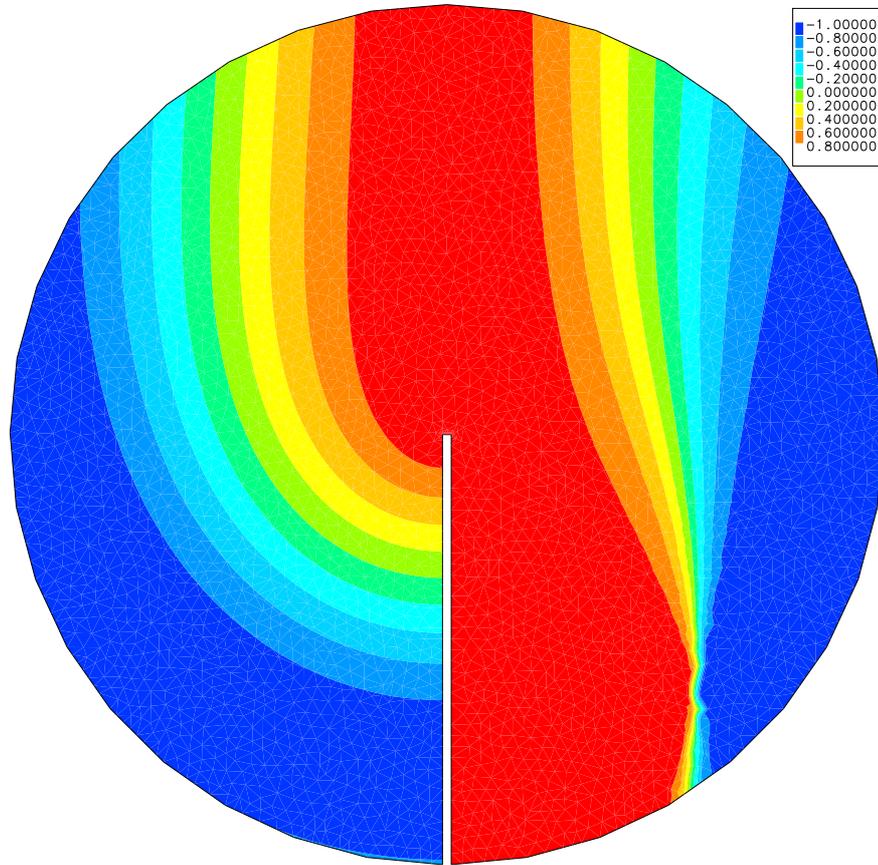


FIGURE VI.7 – Phase de la hauteur de houle pour un angle d'incidence de 0° .

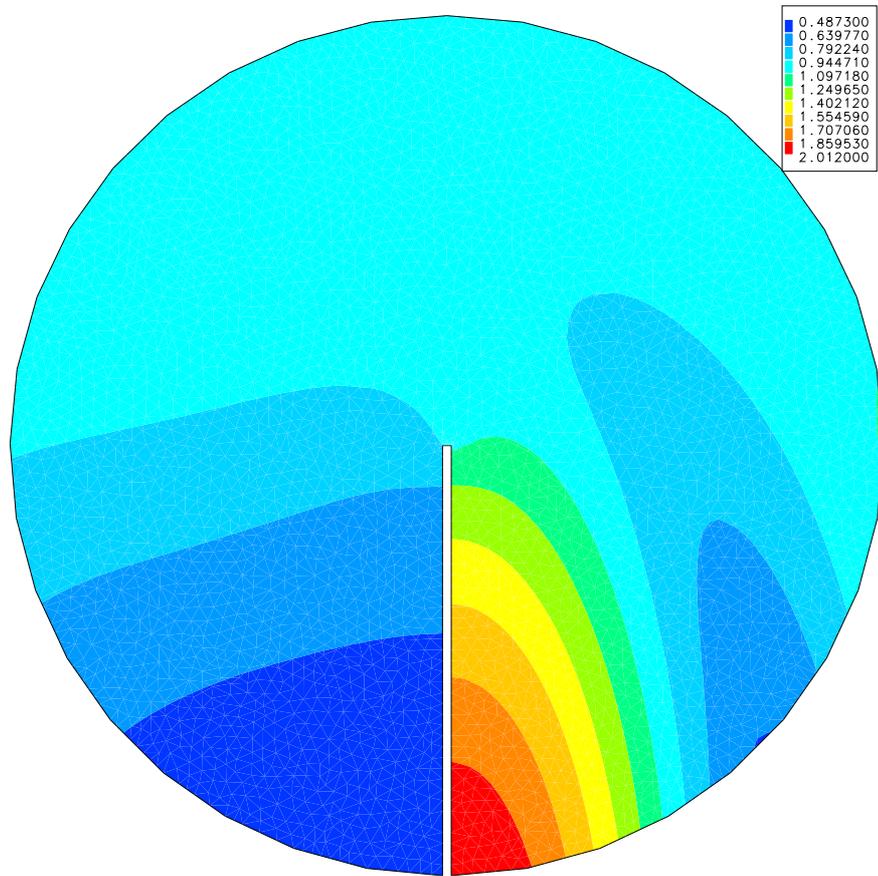


FIGURE VI.8 – Module de la hauteur de houle pour un angle d'incidence de 45° .

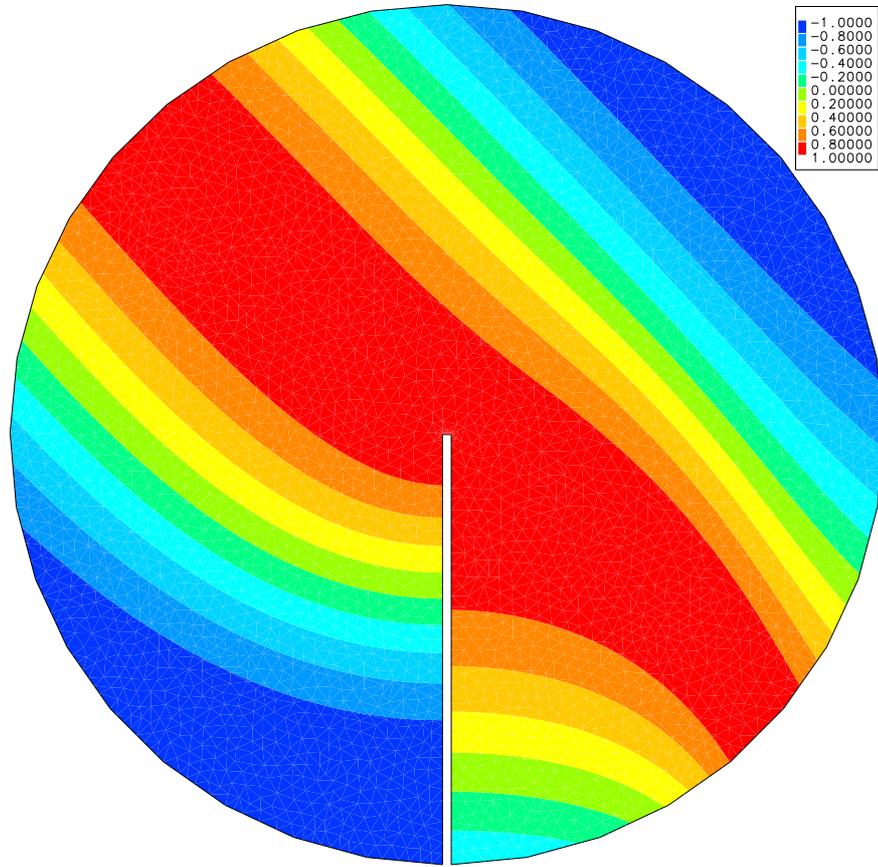


FIGURE VI.9 – Phase de la hauteur de houle pour un angle d'incidence de 45° .

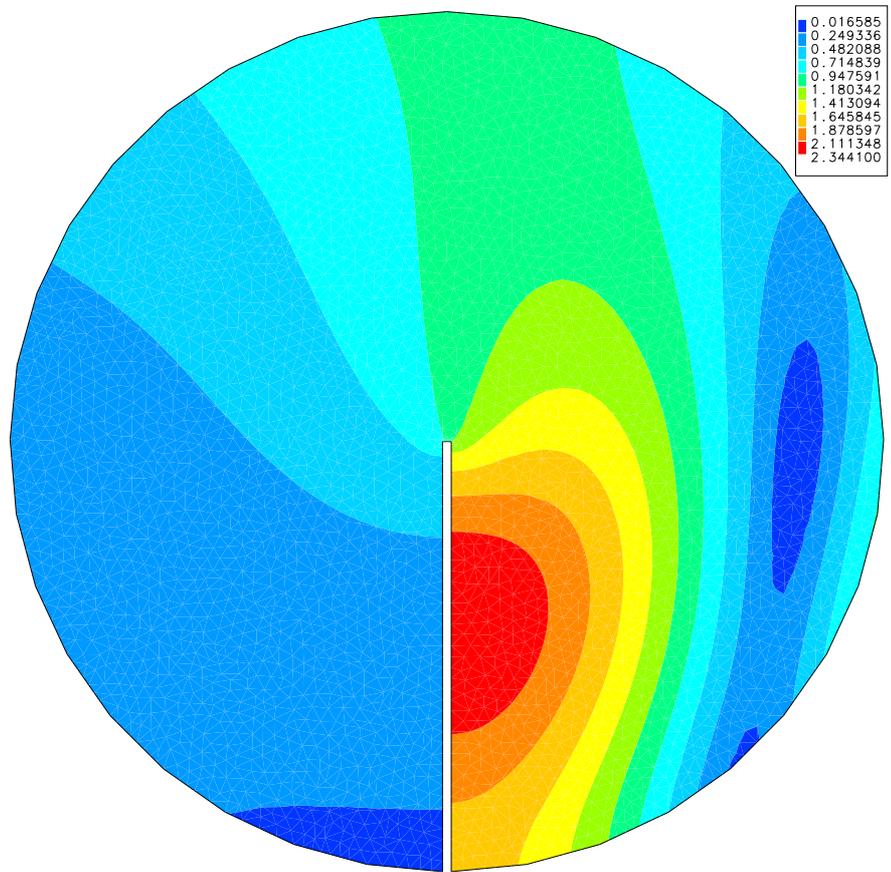


FIGURE VI.10 – Module de la hauteur de la houle pour un angle d'incidence de -45° .

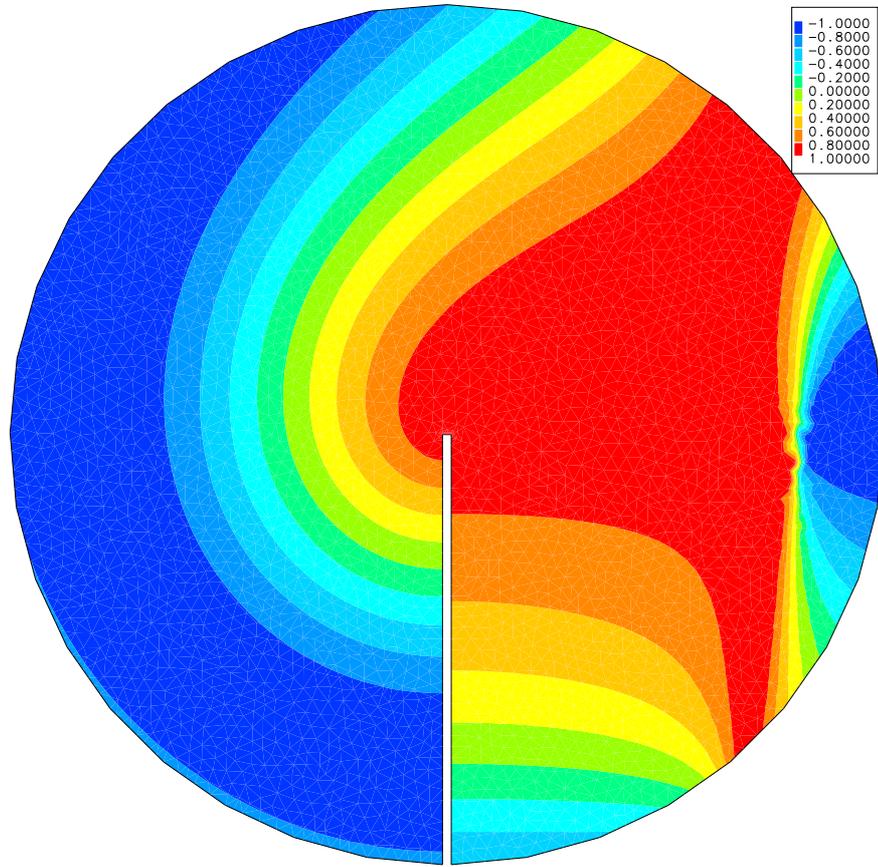


FIGURE VI.11 – Phase de la hauteur de la houle pour un angle d'incidence de -45° .

Conclusion

Pour apprécier la validité de REFONDE, nous avons entrepris des séries de tests pour cinq configurations.

- Le premier cas de figure consiste à envoyer une onde plane sur une île cylindrique. On constate que les résultats obtenus pour une frontière extérieure éloignée de l'obstacle sont bons. Pour une frontière plus rapprochée, l'écart entre la solution analytique et le code avec conditions absorbantes peut atteindre des valeurs supérieures à 16%.

- Le deuxième cas de figure consiste à étudier la propagation de la houle au-dessus d'une bosse cylindrique à profil parabolique et à partie centrale plate. Lorsque le cercle extérieur est proche de la bosse parabolique, les résultats obtenus par les simulations numériques sont assez médiocres pour le code avec condition absorbante d'ordre 1 ; la condition d'ordre 2 (méthode 2) améliore nettement les résultats sans toutefois atteindre la qualité des résultats de la méthode 3.

- Le troisième cas de figure consiste à envoyer une onde plane sur un demi-plan. Les résultats obtenus par REFONDE-méthode 3 sont similaires à ceux de la solution analytique. D'importantes différences sont observées avec les conditions absorbantes.

- Pour le quatrième cas de figure, nous étudions la réflexion sur un quart de cylindre. Nous observons également des résultats très proches de ceux de la solution analytique pour la méthode 3, les deux autres méthodes étant moins précises.

- Enfin, dans le cinquième cas de figure, nous nous intéressons à une digue. La solution analytique étant approchée on note un écart entre la solution analytique et les résultats numériques. Les résultats semblent néanmoins corrects.

- La condition limite sur la frontière d'entrée est très importante pour la qualité des résultats. Les 5 cas tests académiques ont montré que tant que les fonds sont à peu près constants, la méthode 3 est préférable. Pour les situations plus classiques où les fonds ne sont pas constants, il faut absolument choisir parmi les deux autres conditions absorbantes.

Chapitre VII

HOULE RÉELLE

Le code a été validé pour les calculs en houle régulière. Ce chapitre a pour objet de tester les calculs de houle aléatoire multidirectionnelle. Un cas simple a été utilisé : la propagation sur fond plat et sans obstacles.

Deux points sont à examiner : tout d'abord justifier l'emploi de fonctions de transfert dans le calcul de la densité spectro-angulaire, ensuite vérifier le calcul des moments, et plus précisément la bonne programmation du calcul intégral.

1 Description du cas test

Nous considérons donc une propagation sur fond plat et sans obstacles. Nous avons ainsi une profondeur constante égale à 15 m. Le domaine est un cercle de 75 m de rayon.

Le maillage est constitué de 1451 noeuds, 2764 éléments et de 137 super-éléments.

2 Solution analytique

Le cas test, décrit ci-dessus, est nécessaire et suffisant pour vérifier les objectifs énoncés en préambule. La validation porte uniquement sur les hauteurs de houle aléatoire.

Dans ce cas test, on ne prend en compte aucun phénomène dissipatif du type frottement au fond ou déferlement ; par conséquent, la hauteur d'une houle se propageant sur un fond plat et sans obstacles reste donc constante sur tout le domaine.

Nous considérons un spectre incident de type Pierson Moskowitz ; pour cela, dans le spectre de Jonswap, nous fixons FR, le facteur de rehaussement du pic, égal à l'unité. Le moment m_0 se simplifie :

$$m_0 = \int_0^{+\infty} \alpha H_s^2 T_p^{-4} \omega^{-5} \exp[-1.25 (T_p \omega)^{-4}] d\omega \quad (\text{VII.1})$$

On effectue le changement de variable :

$$U = (T_p \omega)^{-4}$$

$$dU = -4 T_p^{-4} \omega^{-5} d\omega$$

m_0 devient alors :

$$m_0 = \frac{-\alpha H_s^2}{4} \int_{+\infty}^0 \exp[-1.25 U] dU$$

L'intégrale donne avec $\alpha = 0.3123$:

$$m_0 = \frac{0.3123}{4 \times 1.25} H_s^2 \simeq \frac{H_s^2}{16}$$

Avec la relation $H_{m_0} = 4.004 \sqrt{m_0}$, il vient pour ce cas test :

$$H_{m_0} = H_s$$

3 Résultats - étude de sensibilité

Le calcul intégral des moments dépend du nombre de fréquences et de directions utilisées. *REFONDE2* "rajoute" des points par interpolation linéaire entre les différents résultats des calculs de houle régulière par *REFONDE1*. Ainsi, dans l'étude de sensibilité, on va s'apercevoir qu'il n'est pas apparemment indispensable de considérer un grand nombre de fréquences et de directions.

Nous avons réalisé trois études de sensibilité. Une pour une houle monochromatique et multi-directionnelle, une seconde pour une houle mono-directionnelle et multi-fréquences, et enfin une pour une houle multi-directions et multi-fréquences.

Le domaine est un cercle de rayon 75 m, le maillage est constitué de 1451 noeuds et 2764 éléments.

3.1 Houle monochromatique multi-directionnelle

La période est de 10 s. La hauteur significative H_s introduite dans le spectre incident est de 6 m. Deux fonctions de répartition angulaire sont testées : une avec une direction principale de 90° et une autre de 45° . Le paramètre de la fonction spectrale de répartition angulaire (cf notice théorique [2]) $s_{max} = 25$.

Les directions minimale et maximale entrées dans *refonde1* sont respectivement 10° et 170° . Trois nombres de directions de propagation sont testés : 5, 10, et le maximum 20.

Dans les tableaux suivants, nous indiquons les valeurs minimale et maximale de H_{m0} . La dernière ligne donne l'erreur maximale par rapport à $H_s = 6$ m.

$ND = 5$		$ND = 10$		$ND = 20$	
90°	45°	90°	45°	90°	45°
5.986	5.896	5.985	5.899	5.985	5.890
6.014	5.926	6.015	5.930	6.015	5.931
0.2%	1.7%	0.2%	1.7%	0.2%	1.8%

Les résultats sont satisfaisants, on relève une erreur plus importante pour la direction 45° . Cela est normal, il faut que la direction principale de propagation soit au centre de la décomposition angulaire des solutions de houle régulière; nous rappelons que nous avons fixé dans refondel les limites inférieure et supérieure à 10° et 170° , c'est à dire symétriquement par rapport à 90° .

Le fait d'augmenter ND n'améliore pas ici la précision des résultats; il ne faut pas pour autant en faire une généralité. Pour une configuration plus complexe, il devrait en être autrement.

3.2 Houle mono-directionnelle multi-fréquences

La direction incidente est fixée à 90° . Les périodes minimale et maximale du spectre sont 5 s et 40 s. Il est à noter, dans le cas présent, que REFONDE s'écarte beaucoup de la solution pour les périodes inférieures à 7 s. Normalement, la fonction de transfert devrait rester très proche de 1 sur tout le domaine; pour $T = 5$ s, elle varie entre 0.14 et 1.50. Lorsque le nombre de fréquences du spectre augmente, le nombre de résultats de houle régulière qui sont ainsi perturbés, augmentent encore plus. Ainsi, à titre d'exemple : $NT = 5$ donne les périodes 5.0, 6.4, 8.9, 14.5, 40.0; $NT = 10$ donne les périodes 5.0, 5.5, 6.2, 7.0, 8.2, 9.7, 12.0, 15.6, 22.5, 40.0. On voit que plus les périodes sont petites, plus l'écart entre elles est petit; ceci vient du fait que l'on détermine un pas de calcul constant pour les fréquences et non sur les périodes. On ne peut procéder autrement, car pour le calcul des intégrales, il est nécessaire d'avoir un pas constant pour les fréquences (méthode des trapèzes).

La hauteur significative H_s du spectre incident est toujours égale à 6 m. 3 nombres de périodes sont testés : $NT = 5, 10$ et 20 . 3 valeurs de la période de pic du spectre incident : 10 s, 20 s, 30 s. Dans le tableau ci-dessous, nous indiquons les valeurs minimale et maximale de H_{m0} , l'erreur maximale par rapport à H_s puis les valeurs minimale et maximale de la période moyenne \bar{T} . On remarquera que cette dernière est assez différente de la période de pic du spectre incident.

$T_p = 10$ s			$T_p = 20$ s			$T_p = 30$ s		
$NT = 5$	$NT = 10$	$NT = 20$	$NT = 5$	$NT = 10$	$NT = 20$	$NT = 5$	$NT = 10$	$NT = 20$
5.608	5.649	5.655	5.978	5.981	5.981	5.898	5.933	5.939
5.894	5.875	5.887	6.000	5.999	6.000	5.903	5.938	5.944
6.5%	5.8%	5.8%	0.4%	0.3%	0.3%	1.7%	1.1%	1.0%
8.04 s	8.08 s	8.04 s	14.65 s	14.67 s	14.65 s	21.35 s	21.44 s	21.45 s
8.51 s	8.45 s	8.45 s	14.93 s	14.90 s	14.89 s	21.54 s	21.60 s	21.61 s

Comme précédemment, nous obtenons les meilleurs résultats lorsque la période de pic est choisie près du centre du spectre de houle régulière. Celui-ci vaut 17.5 s et ainsi, pour la période de pic $T_p = 20$ s, nous obtenons une erreur inférieure à 0.5%.

On constate bien qu'il existe un nombre minimal de périodes de calcul à fixer ; celui-ci est proche de 10. On note également que les résultats obtenus avec la période de pic de 10 s sont quand même assez perturbés par ceux de la houle régulière. Il ne faut pas cependant trop s'en inquiéter, car nous avons une erreur maximale de la fonction de transfert de 50% (pour une période de 5 s) et au final, nous obtenons une erreur maximale pour la hauteur de houle aléatoire de l'ordre de 6%.

3.3 Houle multi-directionnelle multi-fréquences

Les directions incidentes sont comprises entre 10° et 170° , la direction incidente principale est de 90° . Les périodes sont toujours comprises entre 5 s et 40 s. 3 périodes de pic : 12 s, 20 s, 25 s. 3 couples de nombre de directions et de périodes "spectrales" $(NT, ND) = (5,5)$, $(10,10)$, $(20,20)$. Comme précédemment, dans le tableau suivant, nous indiquons les valeurs minimale et maximale de H_{m0} , l'erreur maximale par rapport à H_s ($= 6$ m), puis les valeurs minimale et maximale de la période moyenne \bar{T} . $s_{max} = 25$.

$T_p = 12$ s			$T_p = 20$ s			$T_p = 25$ s		
(5, 5)	(10, 10)	(20, 20)	(5, 5)	(10, 10)	(20, 20)	(5, 5)	(10, 10)	(20, 20)
5.825	5.845	5.850	5.949	5.953	5.954	5.957	5.961	5.963
5.917	5.917	5.916	5.973	5.976	5.976	5.973	5.976	5.977
2.9%	2.6%	2.5%	0.9%	0.8%	0.8%	0.7%	0.7%	0.6%
9.40 s	9.42 s	9.44 s	14.92 s	14.91 s	14.91 s	18.49 s	18.47 s	18.42 s
9.62 s	9.59 s	9.54 s	15.02 s	14.99 s	14.97 s	18.56 s	18.53 s	18.52 s

Par rapport à la houle mono-directionnelle, on relève des écarts plus importants avec H_s . Toutefois, ceux-ci restent acceptables puisque inférieurs à 1%, pour la période de pic égale à 20 s. La comparaison des cas de plus petite période est intéressante. Nous avons, pour une houle mono-directionnelle de période pic égale à 10 s, des écarts variant de 5.8% à 6.5%. Le fait de prendre une période de pic de 12 s pour la houle multi-directionnelle fait diminuer ces écarts à moins de 3%. Ceci confirme encore que les résultats sont faussés par les composantes spectrales correspondantes aux faibles périodes (< 7 s).

Un petit calcul permet effectivement de connaître la période minimale à ne pas dépasser. Dans les chapitres précédents, il a été mis en évidence que la qualité des résultats de REFONDE dépendait du nombre de noeuds par longueur d'onde. Celui-ci doit être plus grand que 10 et mieux encore, plus grand que 20. Estimons la distance moyenne entre deux noeuds de notre domaine. Celui-ci a une surface de πR^2 . On en déduit la surface d'un élément en divisant la surface totale par le nombre d'éléments (2764). Pour simplifier, supposons que nos éléments soient en fait des

triangles équilatéraux de côté égal à a . Nous obtenons alors une distance moyenne entre 2 noeuds par la relation :

$$a = R \sqrt{\frac{4\pi}{2764 \times \sqrt{3}}}$$

Nous trouvons une distance de 3.8 m. Si on s'impose 10 noeuds par longueur d'onde, nous obtenons une longueur d'onde minimale de 34 m. Elle correspond à une houle de période 4.7 s associée à une profondeur de 15 m. Si maintenant on s'impose 20 noeuds par longueur d'onde, nous obtenons une longueur d'onde minimale de 68 m. Elle correspond à une houle de période 7 s associée à une profondeur de 15 m. Par ailleurs, notre estimation de la distance inter-nodale est en fait une moyenne, cela veut dire, et il n'y a qu'à regarder le maillage, qu'il existe dans le domaine des distances entre noeuds plus grandes et que par conséquent, REFONDE ne dispose de, par endroit, moins de 10 noeuds par longueur d'onde.

Chapitre VIII

LE DÉFERLEMENT

Le déferlement est un phénomène dissipatif de l'énergie de la houle. Il est conditionné par la cambrure, rapport de la hauteur sur la longueur d'onde de la houle. La cambrure des vagues augmente au fur et à mesure que la houle s'approche du rivage jusqu'à une valeur maximale appelée cambrure limite. Il y a apparition du déferlement lorsque la cambrure atteint cette valeur limite.

Le déferlement engendre un écoulement complexe turbulent ; aujourd'hui encore il fait l'objet de nombreux travaux de recherche. On distingue 5 types de déferlement :

- le moutonnement : au large, l'action du vent augmente la cambrure et fait déferler la houle.
- le déferlement glissant (*spilling breaking*) : en faible profondeur sur une pente faible, la vague s'écroule progressivement sur sa face avant.
- le déferlement plongeant (*plunging breaking*) : sur des pentes un peu plus fortes, la vague forme des rouleaux plongeants, bien connus des surfeurs.
- le déferlement frontal (*surging breaking*) : sur des pentes très prononcées, il se manifeste par l'écoulement d'un front d'onde.
- le mascaret : il concerne les ondes très longues.

Il existe dans la littérature de nombreuses formulations de la hauteur maximale de la houle avant déferlement. Toutes obtenues de façon expérimentale, elles sont plus ou moins complexes et ont généralement un domaine de validité. Elles sont toutes fonction de la profondeur, souvent de la longueur d'onde et parfois de la pente des fonds.

Pour les introduire dans REFONDE, une première méthode consiste à "égaliser" les hauteurs calculées par REFONDE à celle obtenue par la dite formule de déferlement. C'est la méthode du simple écrêtage. Une seconde méthode consiste à calculer un terme de dissipation d'énergie que l'on ajoute dans l'équation de Berkhoff.

1 Déferlement par écrêtage

La prise en compte du déferlement par REFONDE est conditionnée par le paramètre IDEF. Il peut prendre les valeurs de 0 à 6. La valeur 0 signifie la non prise en compte du déferlement.

1.1 Les formules empiriques

Quatre formules d'écrêtage sont proposées à l'utilisateur :

- IDEF= 2 applique la formule de GODA sans effet de pente égale à :

$$H_d = 0.17 L_0 \left(1 - e^{-\frac{1.5\pi z}{L_0}} \right)$$

- IDEF= 3 applique la formule de GODA avec effet de pente :

$$H_d = 0.17 L_0 \left(1 - e^{-\frac{1.5\pi z}{L_0} \left(1 + 15 \tan^{\frac{4}{3}} \alpha \right)} \right)$$

- IDEF= 4 applique la formule de MICHE égale à :

$$H_d = 0.806 z - 1.15 \frac{z^2}{L_0}$$

- IDEF= 5 applique la formule de MUNK :

$$H_d = 0.78 z$$

Une précision sur l'effet de pente : REFONDE calcule les dérivées partielles (selon x et y) de la profondeur, ainsi que la direction de propagation θ repérée par rapport à l'axe des x . La pente, notée $\tan \alpha$ dans la formule de Goda, est en fait égale à :

$$\tan \alpha = \frac{\partial z}{\partial l} = \cos \theta \frac{\partial z}{\partial x} + \sin \theta \frac{\partial z}{\partial y}$$

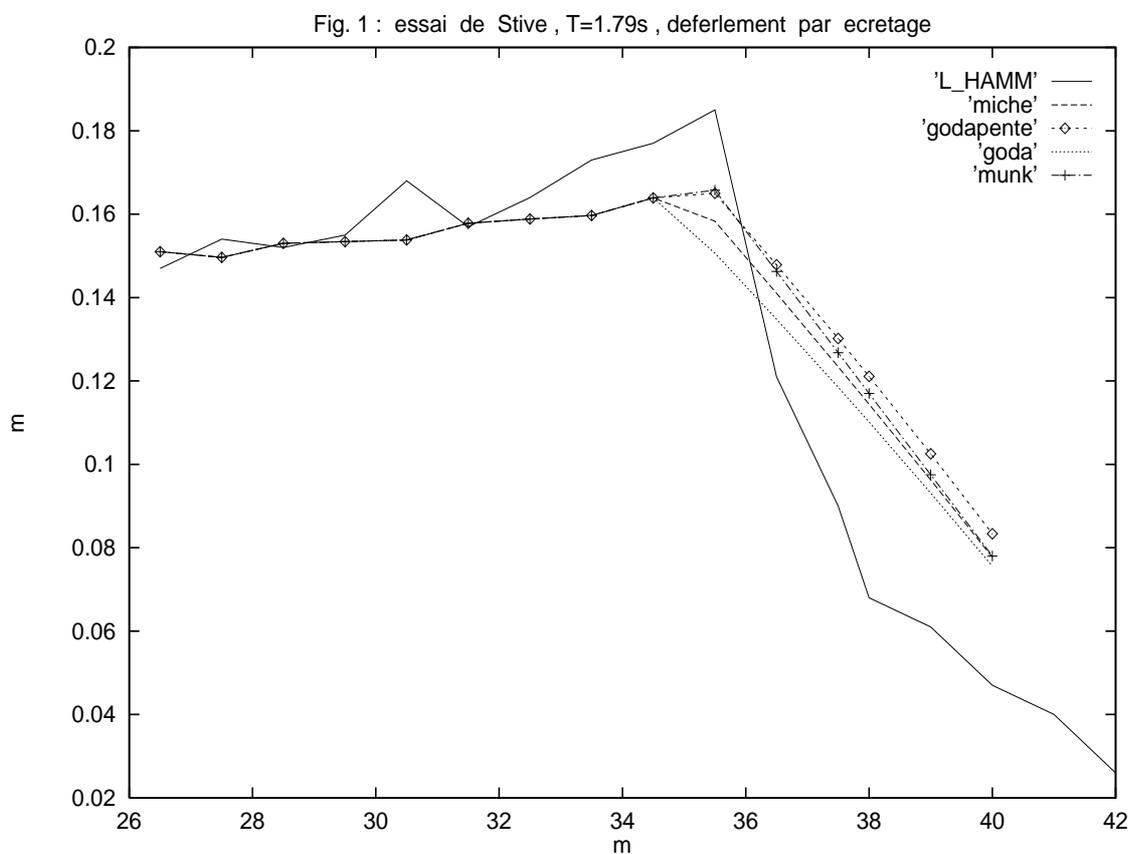
1.2 Validation

1.2.a essai de Stive

Ce sont des essais en canal, dont les caractéristiques sont données dans la thèse de Luc HAMM présentée en 1995 à l'université de Grenoble [4]. Il s'agit d'un déferlement glissant sur une pente constante de 2.5%. La période est de 1.79 s, la hauteur de houle incidente est de 15 cm.

La figure 1 présente la comparaison des 4 critères de déferlement par écrêtage avec le résultat d'un calcul de Luc HAMM selon la théorie non linéaire. Il n'y a pas de valeurs expérimentales de référence. Le critère de Goda avec effet de pente est celui qui fournit les hauteurs de houle les plus importantes. Miche et goda sans effet de pente sont très proches. Enfin le critère de Munk se situe entre les 2 groupes précédents.

Le maillage a été réalisé à l'aide du mailleur paramétré avec 20 noeuds par longueur d'onde. Le maillage possède 815 noeuds et 1628 éléments. La profondeur minimale est de 10 cm en $x = 40$ m.



1.2.b essai SOGREAH

Ce sont des essais en canal à houle réalisés en 1995. Les résultats expérimentaux sont extraits du rapport intitulé "étude expérimentale en canal de la reflexion de la houle sur un approfondissement brusque". Le profil en long du canal est donné par la figure 2.

Fig. 2 : profil en long du canal a houle

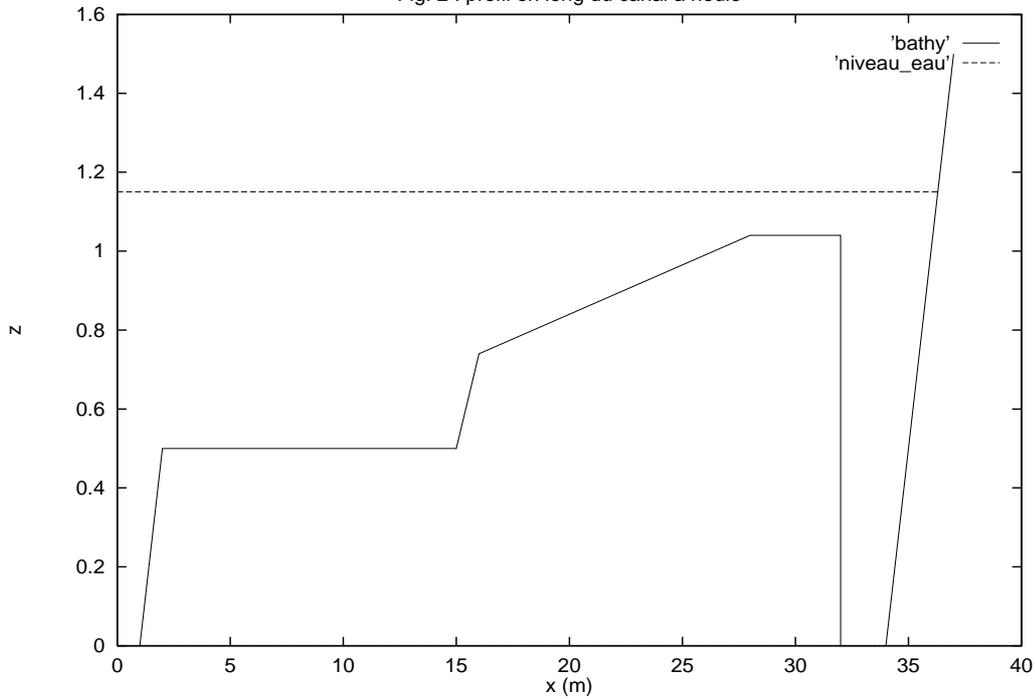
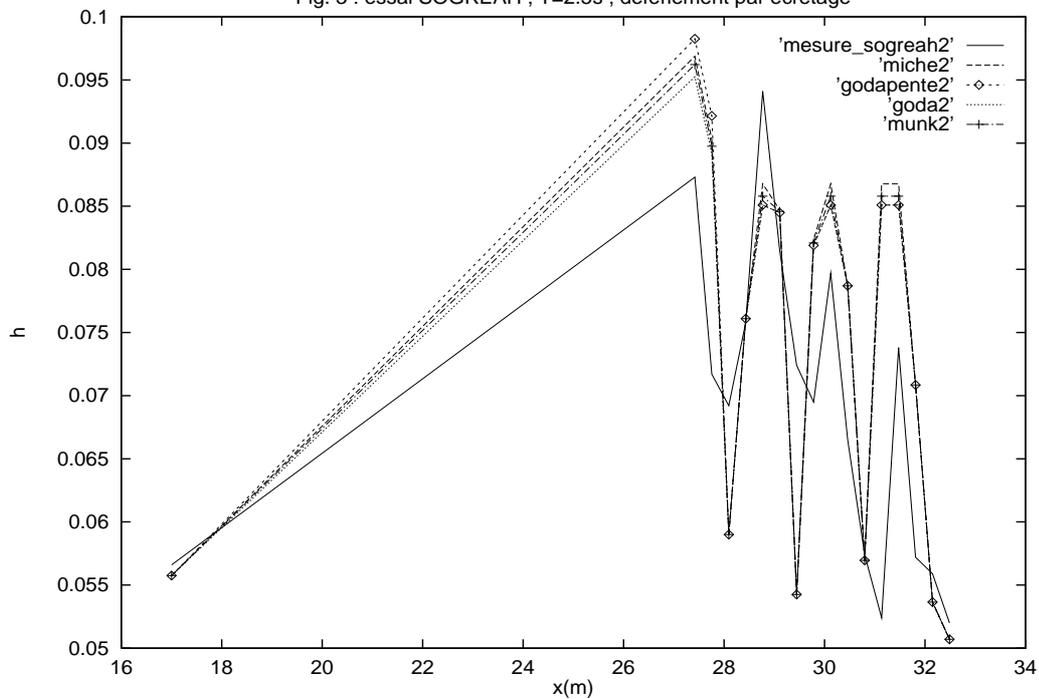


Fig. 3 : essai SOGREAH , T=2.5s , deferlement par ecrantage



Nous avons utilisé le maillage paramétré avec 20 noeuds par longueur d'onde. Le maillage possède 317 noeuds et 632 éléments. La hauteur de houle incidente est de 6 cm, la période de 2.5 s. Sur la figure 3, on constate la faible différence entre les formules de déferlement appliquées.

Par rapport aux mesures expérimentales, des écarts assez importants apparaissent par endroits. Il convient toutefois de relativiser. En effet, la courbe des mesures est en fait une moyenne entre la hauteur significative et la hauteur dite " $h_{\frac{1}{3}}$ ". Dans la théorie, ces deux hauteurs sont identiques, mais celles mesurées par la SOGREAH présentent par endroit des différences importantes. Par ailleurs, la hauteur incidente est entâchée d'une importante incertitude ; dans leur rapport, la SOGREAH indique la présence d'une sonde afin de, texto, "fournir une estimation de la houle incidente" .

2 Déferlement par terme dissipatif dans Berkhoff

Pour appliquer le déferlement par terme dissipatif, le paramètre IDEF doit être fixé à 1 pour la houle régulière.

2.1 Principe théorique

Les fondements de cette méthode sont explicités dans l'ouvrage de M. DINGEMANS [5] "Water Wave Propagation over uneven bottoms". Nous reprenons ici les principaux résultats.

Avec le terme de dissipation, l'équation de Berkhoff devient :

$$\nabla \cdot (cc_g \nabla \psi) + k^2 cc_g \psi = -i\omega W \psi \quad (8.1)$$

Le terme de gauche correspond à l'équation classique de Berkhoff, et le membre de droite au terme dissipatif. On remarque que c'est un nombre complexe. Le coefficient W conditionne l'intensité de la dissipation. Il est fonction de la période de houle T , du rapport b de la hauteur de houle calculée sur la hauteur maximale au déferlement. Cette dernière est donnée par la formule de Miche.

$$\begin{aligned} b \leq 0.9 & \longrightarrow W = 0 \\ b > 0.9 & \longrightarrow W = \frac{\sqrt{(b - 0.9)}}{T} \end{aligned}$$

2.2 Validation

2.2.a Programmation du terme dissipatif

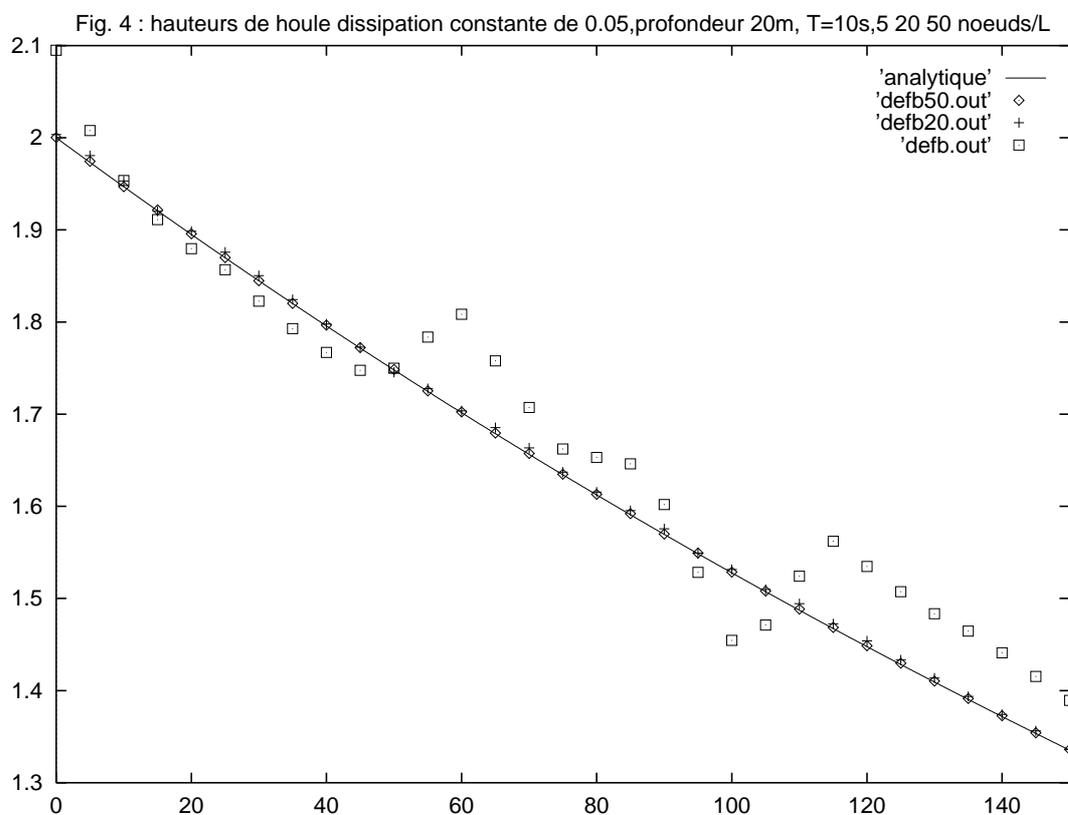
La première étape de validation consiste à vérifier la programmation du terme dissipatif sur un cas simple, dont on peut déterminer une solution analytique. On considère une onde sinusoïdale 1D de période 10 s, de hauteur incidente de 2 m. On applique une dissipation constante en fixant le coefficient W à 0.05. La longueur du domaine fait 150 m.

L'équation (8.1) peut être réécrite en introduisant un nombre d'onde complexe :

$$\tilde{k} = \sqrt{k^2 + i \frac{\omega W}{cc_g}}$$

La solution analytique s'écrit alors :

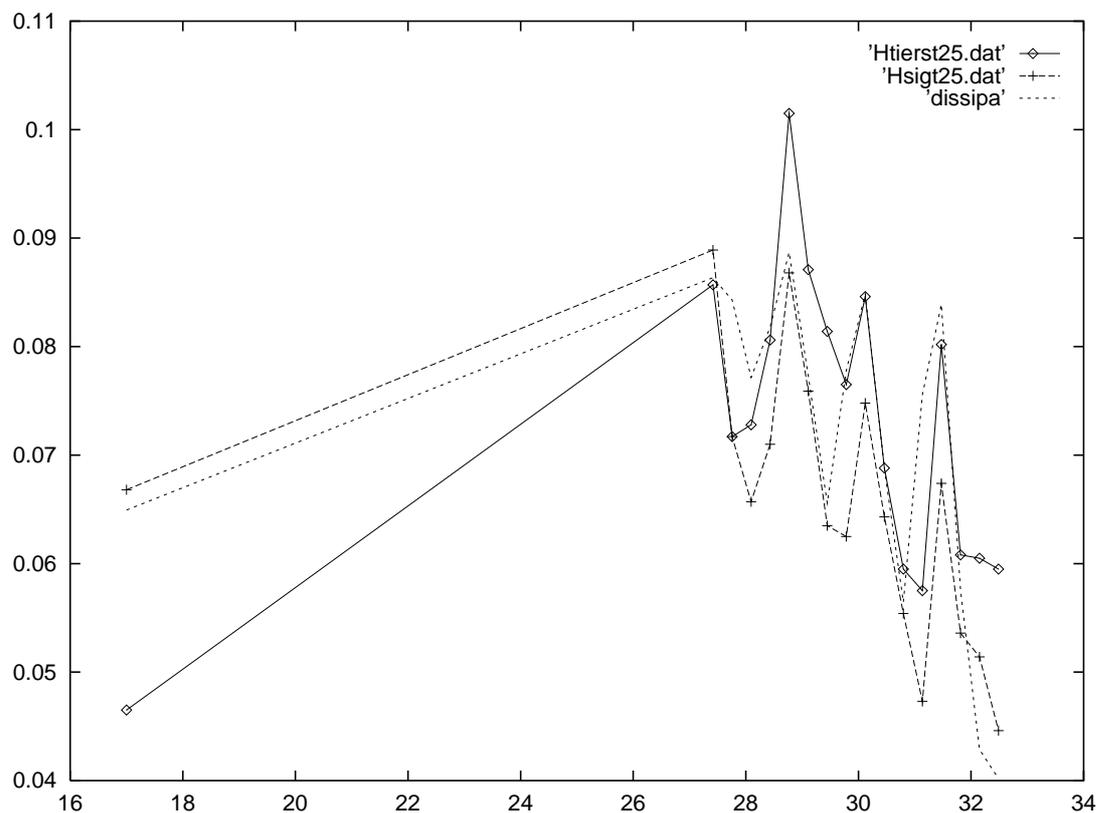
$$H(x) = H_0 |e^{i\tilde{k}x}| \quad (8.2)$$



La figure 4 montre la comparaison entre la solution analytique en trait plein avec les résultats de REFONDE pour 3 densités de maillage différentes 5, 20 et 50 noeuds par longueur d'onde. Elle confirme que REFONDE nécessite une densité de maillage assez importante, les résultats pour 5 noeuds par longueur d'onde ne sont pas très bons, il faut s'efforcer d'utiliser au minimum 10 noeuds par longueur d'onde.

2.2.b essai SOGREAH

Nous avons repris le même maillage que pour le déferlement par écrêtage. La figure suivante montre la hauteur significative, celle dite " $h_{\frac{1}{3}}$ " mesurées et celle obtenue avec REFONDE en utilisant le terme dissipatif avec le coefficient W explicité au paragraphe Principe théorique.



Chapitre IX

LES OUVRAGES SUBMERSIBLES

Dans le cadre du programme bi-parti entre le LNHE et le CETMEF, le Laboratoire d'hydraulique de EDF a réalisé un modèle physique permettant de mesurer le champ de houle aux environs d'un ouvrage submersible. Trois types d'ouvrages sont ainsi instrumentés. Un premier de longueur de 2 m, un second de 10 m et un troisième de 10 m présentant une brèche de 2 m de long en son milieu. La forme précise de ces trois configurations est donnée par la figure ci-dessous.

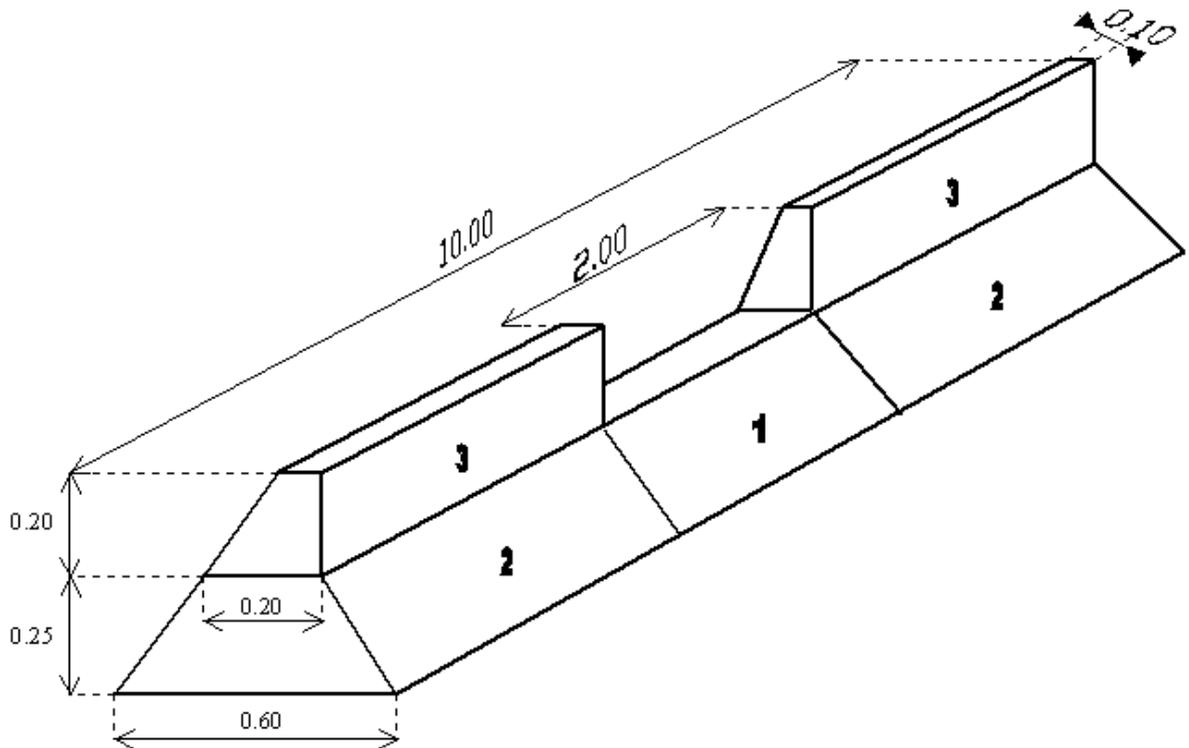


FIGURE IX.1 – schéma des 3 configurations d'ouvrages.

112 points de mesures sont disponibles, nous n'en retenons que 30. Nous testons les trois types de conditions limites pour la frontière ouverte en entrée : la condition absorbante (domaine rectangulaire), la frontière de type port (arc de cercle remplaçant un côté du rectangle), et la frontière de type île (domaine circulaire).

1 Première configuration

L'ouvrage est ici un brise-lames submersible de longueur 2 m, de largeur de crête 20 cm et possède une base de 60 cm de largeur.

1.1 Incidence normale

Les données expérimentales sont :

- spectre de Jonswap
- hauteur incidente : 4 cm
- période du pic : 1.27 s
- profondeur d'eau : 35 cm

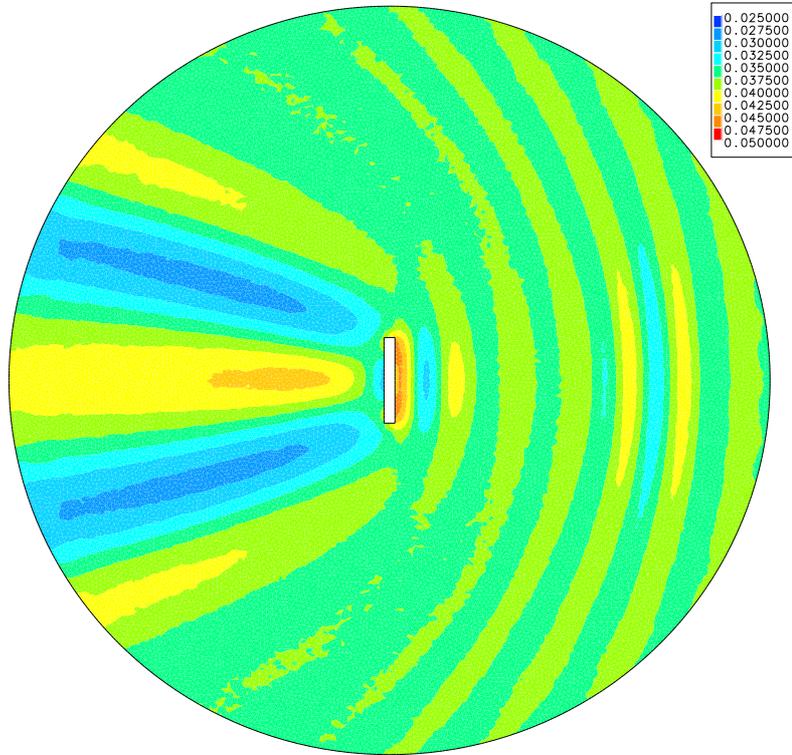
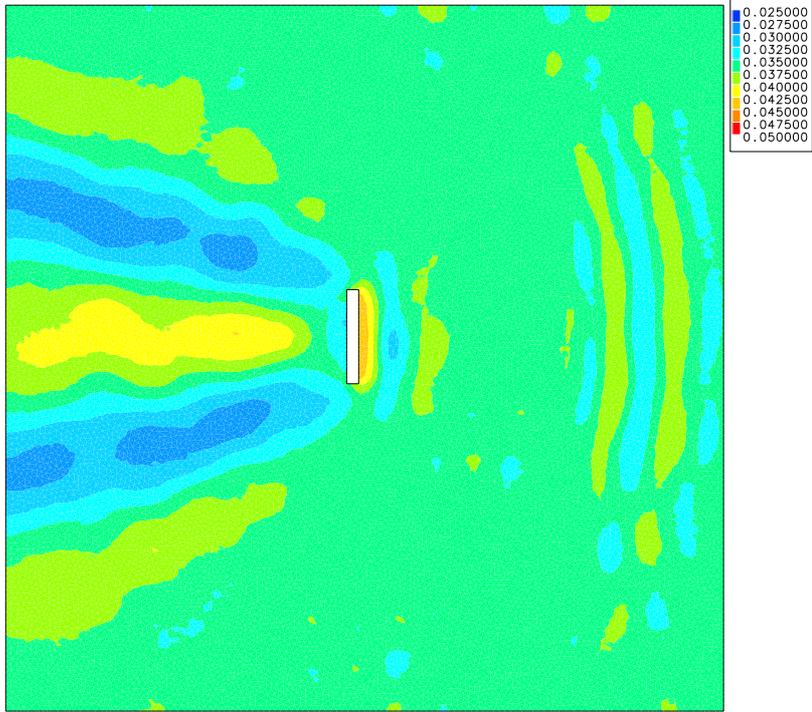
Le centre du brise-lames a pour coordonnées 4.8 m et 11.365 m. Le domaine de calcul est un carré de 12 m de côté. L'ouvrage est placé selon l'axe des Y en $X=4.8$ m. Le cercle est centré sur le centre du brise-lames et a un rayon de 7 m.

Nous avons réalisé des maillages avec environ 11 noeuds par longueur d'onde. Le domaine rectangulaire a une consigne d'aire de 0.006, le demi circulaire 0.004, et le circulaire 0.005. Cela donne respectivement les maillages de 18836 noeuds - 37648 éléments, 25144 noeuds - 49964 éléments, 24166 noeuds - 47688 éléments.

Le calage des éléments transmissibles est : coefficient de réflexion de 0.01, transmission de 0.90, déphasage en réflexion de 10° , déphasage en transmission de 60° .

Les calculs de houles aléatoires ont été réalisés avec une seule direction (90° par rapport au nord) et 10 périodes variant de 0.8 s à 6.0 s. Pour les frontières de type île et port, l'ordre de troncature max est de 40.

Les figures suivantes montrent le résultat obtenu avec REFONDE, avec la condition de frontière ouverte absorbante, puis avec la frontière de type île (circulaire). Page suivante, un tableau regroupe les résultats numériques et expérimentaux.



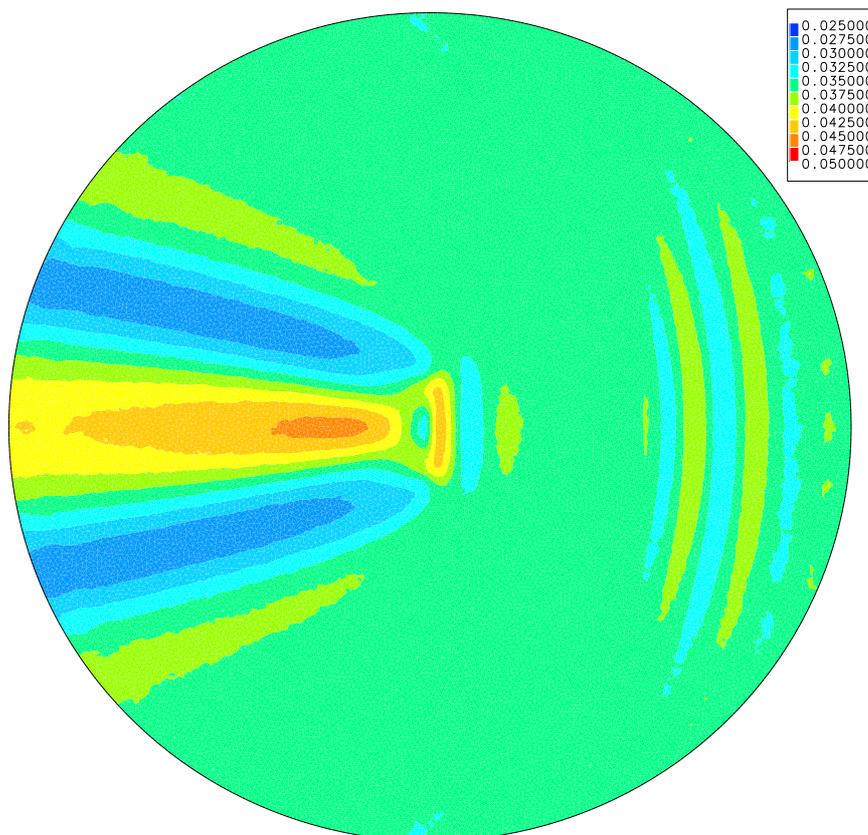
	COORD.		EXPERIMENT	ABSORBANT	PORT	ÎLE	BATHY
	X	Y	$ H $	$ H $	$ H $	$ H $	$ H $
1	7.100	11.365	3.70	3.66	3.72	3.86	3.63
2	8.600	10.615	3.40 n	3.54	3.63	3.60	3.50
3	8.600	11.365	3.60	3.63	3.57	3.63	3.55
4	8.600	12.115	3.50 n	3.57	3.60	3.58	3.50
5	7.100	8.115	4.10 a	3.58	3.65	3.69	3.60
6	7.850	8.115	3.90 b	3.62	3.76	3.70	3.60
7	8.600	8.115	3.80 c	3.66	4.02	3.89	3.76
8	4.800	8.615	4.40 d	3.63	3.47	3.71	3.61
9	5.175	8.240	4.60 e	3.57	3.69	3.75	3.60
10	5.550	7.865	4.50 f	3.60	3.60	3.72	3.60
11	5.550	9.365	4.10 g	3.70	3.55	3.77	3.62
12	1.000	8.865	4.30 h	3.17	3.39	3.25	3.17
13	1.750	9.615	4.10 j	2.92	3.12	2.93	2.84
14	2.125	8.490	4.30 k	3.79	3.76	3.90	3.69
15	2.500	8.115	3.80 l	3.84	3.75	3.97	3.76
16	1.000	13.865	4.20 h	3.20	3.37	3.19	3.17
17	1.750	13.115	3.60 j	2.96	3.10	2.93	2.86
18	2.125	14.240	4.20 k	3.66	3.75	3.87	3.72
19	2.500	14.615	3.80 l	3.78	3.83	3.98	3.78
20	4.800	14.115	4.60 d	3.69	3.46	3.71	3.62
21	5.175	14.490	4.50 e	3.58	3.67	3.74	3.63
22	5.550	13.365	4.40 g	3.66	3.54	3.81	3.61
23	5.550	14.865	4.30 f	3.65	3.62	3.75	3.60
24	7.100	14.615	3.60 a	3.58	3.64	3.69	3.59
25	7.850	14.615	3.50 b	3.56	3.73	3.72	3.61
26	8.600	14.615	3.50 c	3.77	4.02	3.89	3.75
27	1.000	10.615	4.30 m	3.73	3.90	3.87	3.98
28	1.000	11.365	4.90	4.14	3.88	4.23	4.40
29	1.000	12.115	4.10 m	3.81	3.88	3.89	3.96
30	2.500	11.365	4.30	4.21	4.09	4.31	4.55

TABLE IX.1 – Comparaison des résultats expérimentaux et numériques (cm).

La répartition des hauteurs de houle est assez symétrique selon les figures des résultats. Numériquement, certains points du tableau sont positionnés eux aussi symétriquement par rapport à l'axe $Y = 11.365$; sont ainsi associés deux à deux les points suivants : 2 et 4, 5 et 24, 7 et 26, 8 et 20, 9 et 21, 10 et 23, 11 et 22, 12 et 16, 13 et 17, 14 et 18, 15 et 19, 27 et 29. Ils sont repérés dans le tableau 1.1 par une lettre dans la colonne EXPERIMENT. Il est à noter que les mesures présentent des dissymétries importantes, on relève ainsi une différence maxi pour les couples de points a et j de 14%, ce qui laisse supposer des incertitudes de mesures importantes à considérer pour la validation du modèle numérique.

Les trois types de frontières d'entrée sont à peu près équivalentes en terme de précision. A maillages sensiblement aussi denses, nous obtenons un écart moyen par rapport aux mesures de 2.61% pour la frontière absorbante, 2.57% pour la frontière de type port, et 2.39% pour celle de type île.

Nous avons également modélisé le brise-lames uniquement par la bathymétrie (colonne BATHY du tableau). La consigne de maillage est de 0.004 (24313 noeuds et 47985 éléments). Les résultats obtenus restent très bons malgré la forte pente de l'ouvrage. L'erreur moyenne par rapport aux mesures est ainsi de 2.63%. Ci-dessous les résultats obtenus par un calcul sans les éléments transmissibles, l'ouvrage n'apparaît du reste pas sur la figure.



1.2 Incidence 30°

La modélisation avec la frontière de type port ne sera plus testée. En effet elle n'est pas bien adaptée pour des domaines ouverts sur les frontières latérales. Comme son nom l'indique, elle est destinée aux domaines portuaires protégés en entrée par des digues.

Nous avons d'abord considéré la frontière absorbante. Pour cela nous avons incliné notre domaine rectangulaire de façon à ce que la direction incidente soit perpendiculaire à un des côtés du carré. Le domaine circulaire pour la formulation de type île ne change pas.

Nous avons conservé nos 30 points de comparaison, même si pour cette incidence, il n'y a plus d'axe de symétrie. Le tableau suivant regroupe les résultats expérimentaux et numériques. Les conditions expérimentales sont identiques au cas précédent.

Les caractéristiques des maillages sont respectivement pour le domaine rectangulaire, 22644 noeuds et 45264 éléments, pour le domaine circulaire, 24166 noeuds et 47688 éléments. L'ordre de troncature max est de 40. Les erreurs moyennes sont de 1.9% avec la frontière absorbante et de 1.7% pour la frontière de type île, 1.9% pour le calcul par la bathymétrie. Le maillage pour ce dernier reste celui utilisé précédemment.

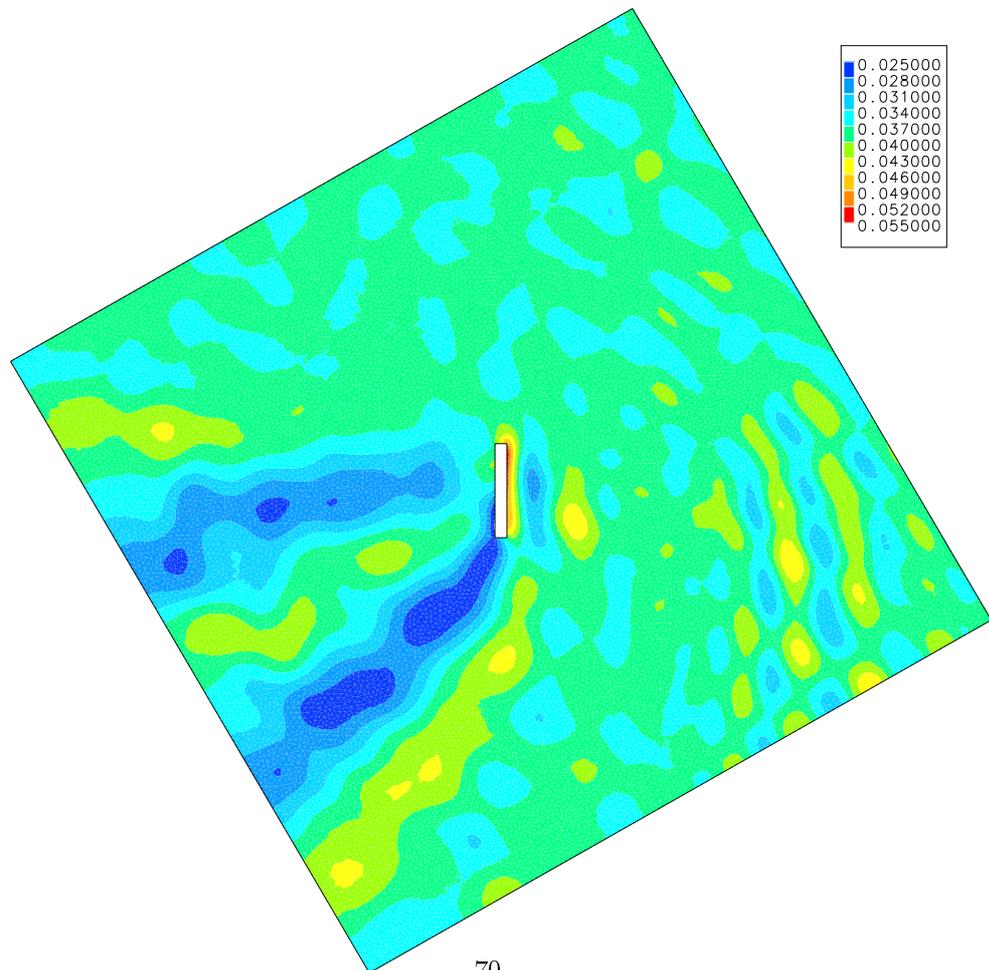
Le calage des éléments transmissibles est : coefficient de réflexion de 0.25, transmission de 0.75, déphasage en réflexion de 45°, en transmission de 60°.

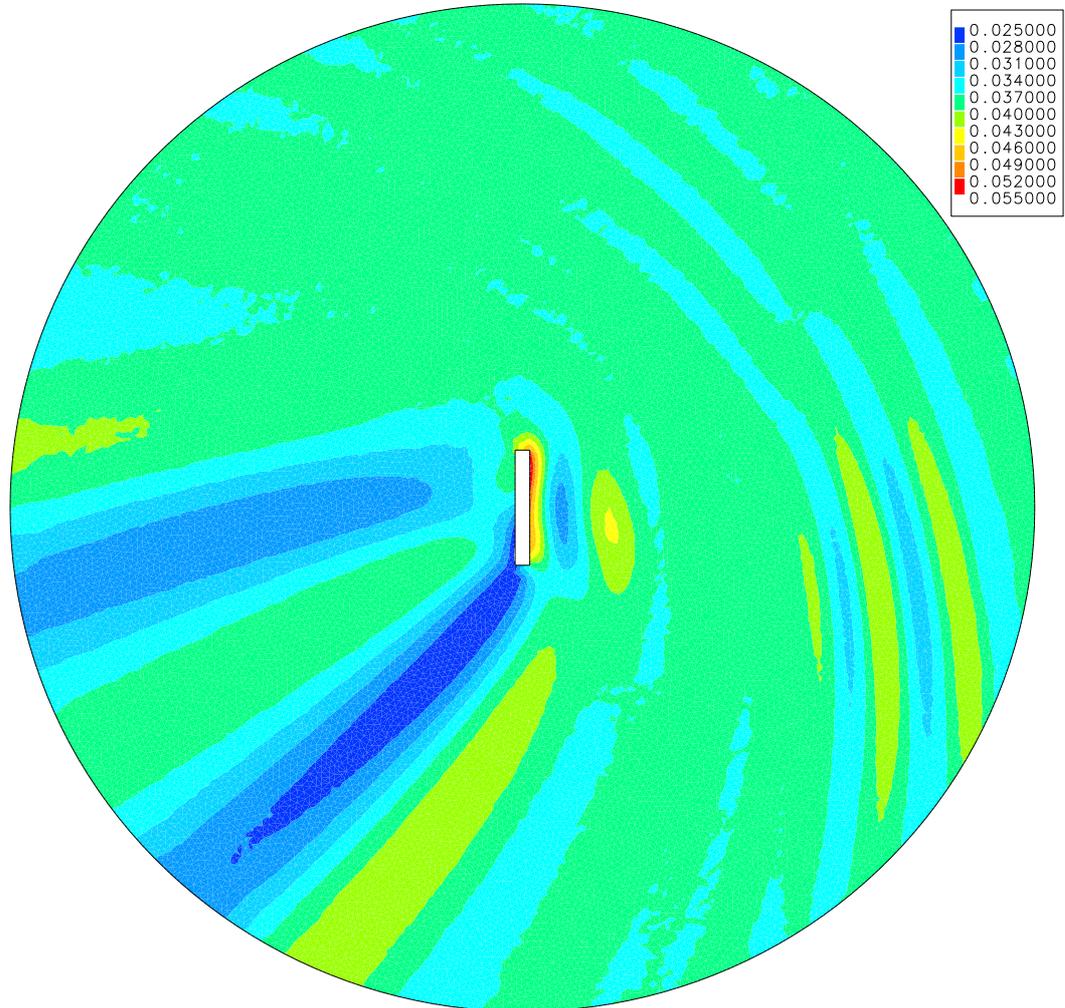
	COORD.		EXPERIMENT	ABSORBANT	ÎLE	BATHY
	X	Y	$ H $	$ H $	$ H $	$ H $
1	7.100	11.365	3.40	4.01	3.88	3.60
2	8.600	10.615	3.80	4.11	3.98	3.64
3	8.600	11.365	3.40	3.96	3.91	3.67
4	8.600	12.115	3.60	3.60	3.58	3.56
5	7.100	8.115	4.10	3.84	3.74	3.61
6	7.850	8.115	4.10	3.69	3.68	3.59
7	8.600	8.115	3.90	3.87	3.78	3.62
8	4.800	8.615	3.80	4.32	4.14	3.84
9	5.175	8.240	3.90	4.05	3.85	3.66
10	5.550	7.865	3.80	3.55	3.64	3.60
11	5.550	9.365	3.70	3.74	3.83	3.63
12	1.000	8.865	3.60	4.11	3.91	4.29
13	1.750	9.615	3.50	3.88	3.95	4.40
14	2.125	8.490	3.90	3.14	3.15	3.44
15	2.500	8.115	3.90	2.66	2.70	2.81
16	1.000	13.865	4.00	3.65	3.69	3.60
17	1.750	13.115	3.90	3.79	3.86	3.77
18	2.125	14.240	4.00	3.66	3.71	3.58

	COORD.		EXPERIMENT	ABSORBANT	ÎLE	BATHY
	X	Y	$ H $	$ H $	$ H $	$ H $
19	2.500	14.615	3.90	3.72	3.74	3.59
20	4.800	14.115	3.80	3.67	3.72	3.62
21	5.175	14.490	3.80	3.62	3.76	3.61
22	5.550	13.365	4.10	3.89	3.80	3.61
23	5.550	14.865	3.60	3.90	3.77	3.58
24	7.100	14.615	3.70	3.88	3.77	3.59
25	7.850	14.615	3.80	3.49	3.65	3.58
26	8.600	14.615	4.00	3.90	3.77	3.60
27	1.000	10.615	3.10	3.01	3.05	3.26
28	1.000	11.365	3.20	2.89	2.99	2.87
29	1.000	12.115	3.60	3.80	3.68	3.44
30	2.500	11.365	3.20	2.88	2.91	3.00

TABLE IX.2 – Comparaison des résultats expérimentaux et numériques (cm).

Les figures suivantes montrent le champ de houle obtenu avec les deux méthodes.





2 Seconde configuration

L'ouvrage est un brise-lames long (10 m). Nous ne testons que l'incidence normale. Seule la frontière de type absorbante est comparée aux mesures expérimentales. Les conditions de houle sont :

- spectre de Jonswap
- période du pic : 0.92 s
- hauteur incidente : 4.00 cm

Le centre de positionnement de l'ouvrage reste identique. Le domaine est un carré de 10 m de côté, soit exactement la longueur de l'ouvrage. La consigne d'aire pour le maillage reste de 0.005, ce qui donne un maillage de 15664 noeuds et 31145 éléments, soit 12 noeuds par longueur d'onde pour la période pic. Les dix périodes de calcul vont de 0.5 à 5.0s.

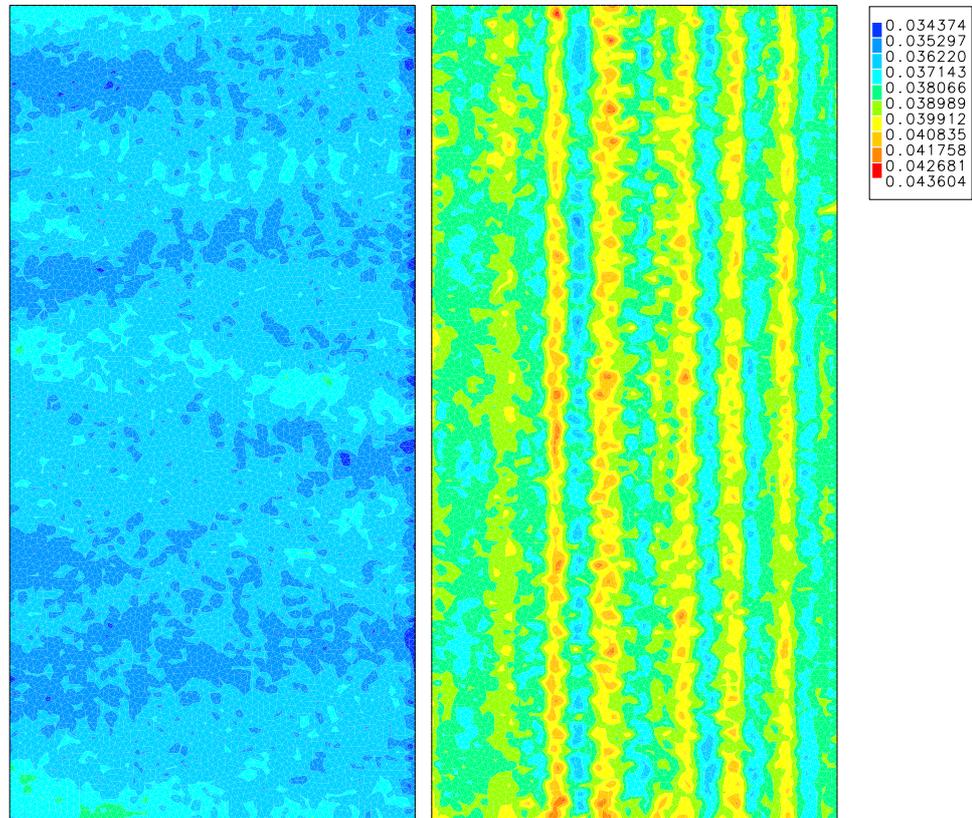
Les coefficients de réflexion et de transmission sont respectivement de 0.05 et 0.95, les déphasage de réflexion et de transmission sont respectivement 0 et 10°.

Compte tenu de la longueur de l'ouvrage, il n'y a pas de points de mesure à ses extrémités. Comme précédemment, les résultats (22 au lieu de 30) sont rassemblés dans le tableau suivant ci-dessous. Les points symétriques sont : 2 et 4, 6 et 20, 5 et 21, 7 et 22, 8 et 12, 9 et 13, 10 et 14, 11 et 15, 16 et 18.

Comme précédemment, on relève des écarts de symétrie des mesures, le maximum pour le couple f de 12%, pour comparaison, l'écart maxi du modèle numérique est pour le couple g de 4%.

	COORD.		EXPERIMENT	ABSORBANT
	X	Y	$ H $	$ H $
1	7.100	11.365	3.90	4.07
2	8.600	10.615	4.10 a	3.98
3	8.600	11.365	4.10	3.98
4	8.600	12.115	4.00 a	3.97
5	7.100	8.115	3.80 b	4.02
6	7.100	8.865	3.90 c	4.12
7	8.600	8.115	4.10 d	3.99
8	1.000	8.865	3.40 e	3.60
9	1.750	9.615	3.30 f	3.62
10	2.125	8.490	3.80 g	3.57
11	2.500	8.115	3.60 h	3.57
12	1.000	13.865	3.50 e	3.67
13	1.750	13.115	3.70 f	3.65
14	2.125	14.240	3.90 g	3.73
15	2.500	14.615	3.80 h	3.68
16	1.000	10.615	3.60 j	3.64
17	1.000	11.365	3.90	3.64
18	1.000	12.115	3.80 j	3.68
19	2.500	11.365	3.70	3.66
20	7.100	13.865	3.80 c	4.10
21	7.100	14.615	4.10 b	4.10
22	8.600	14.615	4.10 d	4.03

TABLE IX.3 – Comparaison des résultats expérimentaux et numériques (cm).



Sur la figure ci-dessus, on voit que le domaine numérique est entièrement séparé en deux parties par l'ouvrage. Dans profonde, nous avons en fait créé 2 digues de 70 éléments chacune partant d'un des côtés du carré et s'arrêtant à 2.5 cm de l'axe de symétrie. Une manipulation a été nécessaire dans le fichier d'entrée de refonde afin de 'ressouder' les deux digues en créant un élément supplémentaire de type digue transmissible. Profonde n'est en effet pas prévu pour pouvoir considérer un ouvrage qui coupe complètement le domaine en deux parties. Une autre solution pour traiter ce genre de problème consiste à considérer un domaine plus grand englobant l'ouvrage.

On remarque également dans le tableau précédent la bonne concordance des résultats, puisque l'écart moyen entre les mesures et le calcul n'est que de 1.0%.

3 Troisième configuration

Ce dernier ouvrage est un brise-lames long de 10 m avec une brèche de 2 m en son milieu. Seule la partie relative à la brèche est submersible. Nous avons utilisé une frontière extérieure de type île, donc circulaire. Deux incidences sont considérées : normale et 30°.

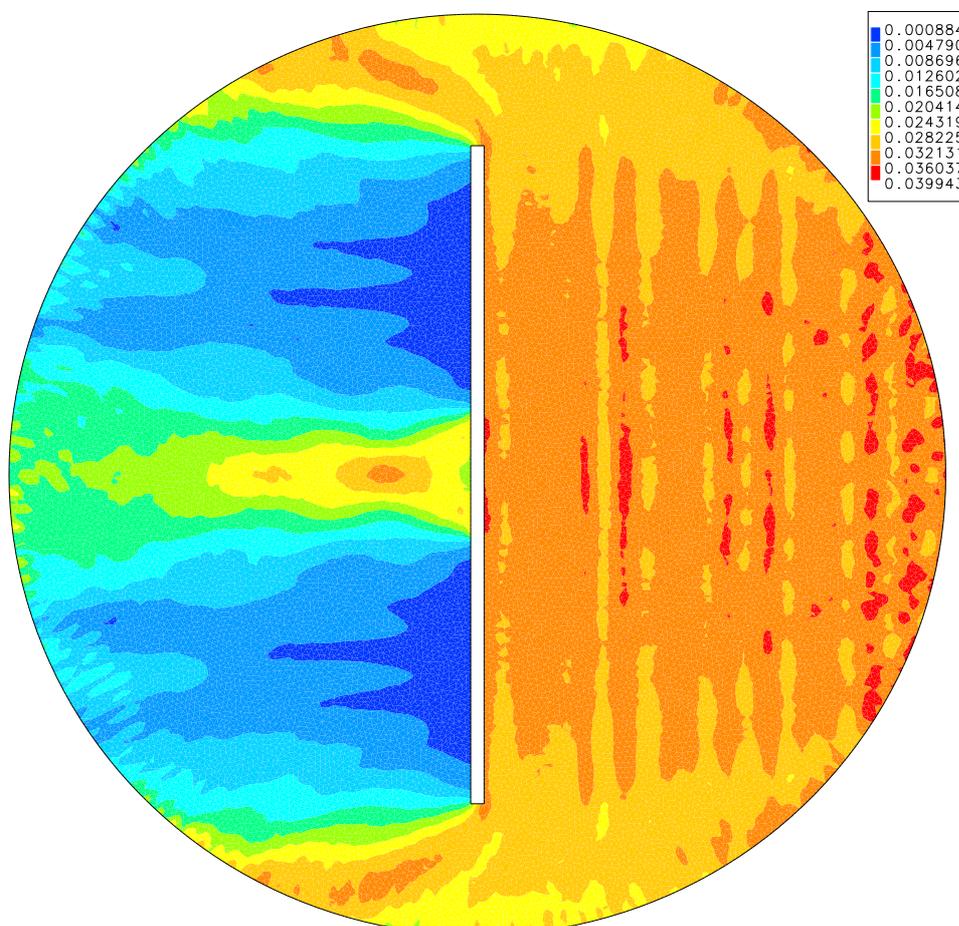
3.1 Incidence normale

Dans profonde, nous considérons la totalité de la digue par des éléments transmissibles. Les parties non submersibles ont alors un coefficient de transmission nul. Celui de la brèche est de 0.75. Le coefficient de réflexion est de 0.15 (ailleurs : 0.20). Un déphasage en réflexion de 0° , en transmission de 20° . Dans profonde, nous avons donc considéré une digue en trois parties : la brèche avec 30 éléments et les deux parties insubmersibles de part et d'autre par 60 éléments chacune. En faisant ainsi profonde génère une seule digue, avec donc un seul et même coefficient de transmission et de réflexion. Il faut donc à la main créer un second groupe de propriétés pour pouvoir spécifier la brèche.

La consigne de maillage sur l'aire maximale est de 0.005, soit un maillage de 24067 noeuds et 47354 éléments, soit toujours environ 12 noeuds par longueur d'onde. Le domaine est un cercle de centre $X=4.8$ m $Y=11.365$ m, de rayon 7 m. Les conditions de houle sont :

- spectre de Jonswap
- période du pic : 0.92 s
- hauteur incidente : 4.00 cm
- profondeur d'eau : 35.0 cm

La figure ci-dessous montre le résultat obtenu avec REFONDE. On distingue bien l'effet des trois parties de l'ouvrage sur la partie gauche du domaine, en particulier la partie centrale transmissible (en jaune orange), cernée par les deux parties insubmersibles (en bleu).



	COORD.		EXPERIMENT	ÎLE
	X	Y	$ H $	$ H $
1	7.100	11.365	3.20	3.61
2	8.600	10.615	3.10 a	3.54
3	8.600	11.365	3.40	3.51
4	8.600	12.115	3.00 a	3.64
5	7.100	8.115	3.00 b	3.34
6	7.100	8.865	3.30 c	3.51
7	7.850	8.115	3.30 d	3.34
8	8.600	8.115	3.10 e	3.39
9	1.000	8.865	0.60 f	0.59
10	1.750	9.615	0.70 g	0.93
11	2.125	8.490	0.90 h	0.56
12	2.500	8.115	0.90 j	0.72
13	1.000	13.865	0.70 f	0.60
14	1.750	13.115	0.60 g	0.90
15	2.125	14.240	0.90 h	0.55
16	2.500	14.615	1.00 j	0.71
17	1.000	10.615	1.90 k	1.79
18	1.000	11.365	2.40	2.56
19	1.000	12.115	1.90 k	1.78
20	2.500	11.365	2.70	2.73
21	7.100	13.865	3.30 c	3.51
22	7.100	14.615	3.40 b	3.39
23	7.850	14.615	3.50 d	3.30
24	8.600	14.615	3.40 e	3.37

TABLE IX.4 – Comparaison des résultats expérimentaux et numériques (cm).

Nous obtenons un écart moyen de 4.0 %, sachant que d'une part, les divers coefficients relatifs à l'ouvrage n'ont pas été optimisés, et d'autre part, les incertitudes de mesures toujours présentes. Le cas est encore symétrique et on observe un écart maxi de 16% pour la mesure et de 3% pour le calcul.

3.2 Incidence 30°

Les conditions de houle sont identiques, excepté l'incidence qui passe à 30°. Le maillage reste identique. Au niveau de la brèche, la réflexion est de 0.15, la transmission de 0.85, sur les côtés la réflexion est de 0.10.

Nous obtenons un écart moyen de 5.1 %, sachant que les divers coefficients relatifs à l'ouvrage n'ont pas été optimisés. La hauteur incidente dans REFONDE a été fixée à 4 cm.

	COORD.		EXPERIMENT	ÎLE
	X	Y	$ H $	$ H $
1	7.100	11.365	3.50	3.75
2	8.600	10.615	4.00	3.81
3	8.600	11.365	4.20	3.86
4	8.600	12.115	4.00	3.80
5	7.100	8.115	3.70	3.61
6	7.100	8.865	3.90	3.71
7	7.850	8.115	3.90	3.49
8	8.600	8.115	3.80	3.58
9	1.000	8.865	1.80	2.27
10	1.750	9.615	2.10	2.66
11	2.125	8.490	1.50	1.64
12	2.500	8.115	1.20	1.08
13	1.000	13.865	2.30	1.50
14	1.750	13.115	1.90	0.75
15	2.125	14.240	2.60	1.23
16	2.500	14.615	2.80	1.41
17	1.000	10.615	1.50	1.39
18	1.000	11.365	1.40	1.05
19	1.000	12.115	1.00	1.16
20	2.500	11.365	1.40	1.18
21	7.100	13.865	3.60	3.84
22	7.100	14.615	3.70	3.81
23	7.850	14.615	3.60	3.81
24	8.600	14.615	3.70	3.86

TABLE IX.5 – Comparaison des résultats expérimentaux et numériques (cm).

4 Conclusion

Les ouvrages transmissibles sont très bien pris en compte par REFONDE. Les écarts avec les mesures expérimentales varient de 2 à 5% selon la configuration. Des différences un peu plus importantes ont été obtenues pour le dernier cas. Deux explications : des coefficients de transmission et de réflexion non ajustés, et une différence au niveau de la définition de la partie émergente de l'ouvrage. La largeur de crête est plus grande vue par REFONDE qu'elle ne l'est en réalité. La diffraction par la brèche s'en trouve par conséquent différente. On peut encore envisager un effet des courants autour de la brèche, mais celui-ci doit rester secondaire.

Cette validation a été réalisée avec une densité de maillage de 12 noeuds par longueur d'onde ; il faut cet ordre de grandeur pour obtenir une précision suffisante. La formulation de type île donne ici de meilleurs résultats que la frontière absorbante, sachant qu'elle nécessite une bathymétrie constante sur tout le périmètre.

Chapitre X

LES FONDS POREUX

La propagation de la houle sur des fonds poreux, plus particulièrement sur des ouvrages en enrochement, s'accompagne généralement d'une atténuation de son amplitude. Une partie de l'énergie y est en effet dissipée par frottements.

Deux configurations expérimentales sont confrontées pour la validation du traitement des fonds poreux par le code REFONDE. La première est tirée d'essais réalisés par Cruz et al. à l'Université de Tokyo [7]. La seconde par Rojanakamthorn et al [8] repris par Losada [9]. La condition limite en entrée est absorbante d'ordre 1 pour l'ensemble des cas traités.

1 Bosse triangulaire

Le modèle physique de Cruz est un canal de 10 m de long. Les paramètres de houle sont :

- période $T=1s$
- longueur d'onde $\lambda =1.21$ m
- hauteur incidente $H_0 =4.3cm$

Les caractéristiques du milieu poreux sont :

- porosité $\epsilon = 0.44$
- coefficient de frottement $C_f = 0.40$
- perméabilité $K = 2.5 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^2$
- coefficient de masse virtuel $c_m = 0$

Le maillage du domaine fait 19697 nœuds et 39392 éléments. La résolution nécessite 29 itérations pour atteindre une norme de convergence de $1.01 \cdot 10^{-3}$. Le coefficient de dissipation moyen f est de 2.640 avec une valeur maxi de 2.989.

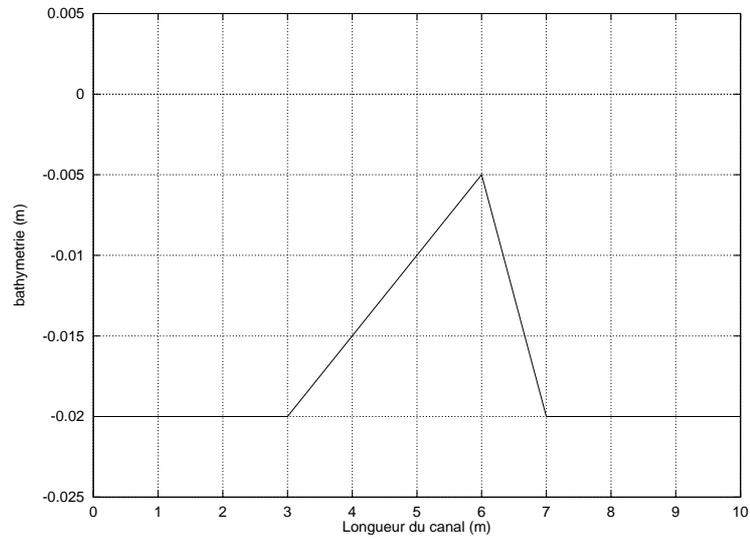


FIGURE X.1 – Profil de la bosse triangulaire poreuse

La figure suivante montre la comparaison des hauteurs de houle calculées par REFONDE avec les points expérimentaux. On peut noter sur la figure X.2 une légère réflexion devant la bosse. D'autre part, il est dommage qu'il n'y ait pas de mesures expérimentales derrière la bosse. Ainsi on ne connaît pas la hauteur de houle derrière la bosse.

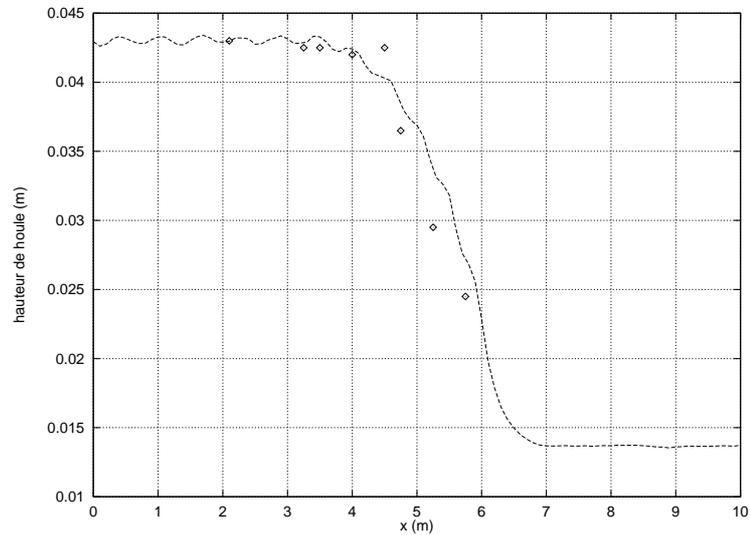


FIGURE X.2 – Comparaison des hauteurs de houle

2 Brise-lames submergé

L'article de Losada fournit en fait deux configurations d'ouvrage de protection, de type enrochements. Ces résultats expérimentaux sont plus intéressants que le cas précédent dans la mesure où les auteurs donnent de nombreux points de mesures, y compris derrière le brise-lames.

2.1 Première configuration

Il s'agit d'un brise-lames étroit posé sur une pente de 1 pour 20. Les pentes de l'ouvrage sont de l'ordre de 1/3. Les paramètres de houle sont :

- période $T=1.82s$
- longueur d'onde $\lambda =3.22m$
- hauteur incidente $H_0 =1.65cm$
- profondeur d'eau en bas de pente $h_0 =37.5cm$
- hauteur d'eau recouvrant le brise-lames $h_0 =6.5cm$
- largeur de crête du brise-lames $b =10cm$

Les caractéristiques du milieu poreux sont :

- porosité $\epsilon = 0.39$
- coefficient de frottement $C_f = 0.332$
- perméabilité $K = 3.77 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^2$

Le maillage est très dense de façon à bien saisir le brise-lame étroit. Il contient ainsi 16583 nœuds et 33164 éléments. Il s'agit d'un maillage de taille à peu près régulière sur tout le domaine (option 'aire maximale'). Ainsi selon la profondeur le maillage contient de 30 à 70 nœuds par longueur d'onde.

La résolution nécessite 15 itérations pour atteindre la norme de convergence ($6.7 \cdot 10^{-4}$). Le coefficient moyen de dissipation vaut 1.83, la valeur maxi est de 2.278.

La figure X.4 comporte 2 courbes numériques. La première 'los1.out' est obtenue avec un coefficient de masse virtuel c_m nul, valeur utilisée en général comme pour le cas précédent. La résolution nécessite 12 itérations pour atteindre la norme de convergence ($7.00 \cdot 10^{-4}$). Le coefficient moyen de dissipation vaut 1.654, la valeur maxi est de 2.051.

La seconde courbe 'los3.out' correspond à une valeur c_m de 0.2. La résolution nécessite alors 12 itérations pour une norme de convergence de $4.90 \cdot 10^{-4}$. Le coefficient moyen de dissipation augmente à 1.755, de même que le maximum à 2.221.

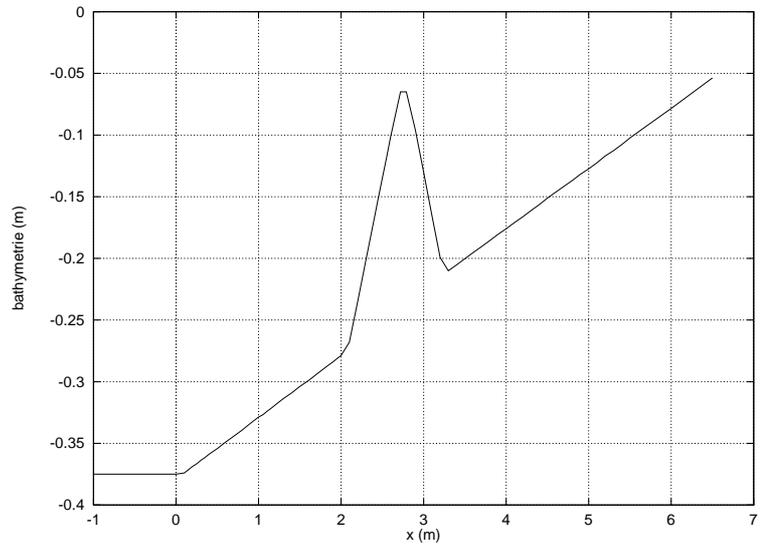


FIGURE X.3 – Profil avec le petit brise-lame.

La figure ci-dessus représente le profil du canal expérimental.

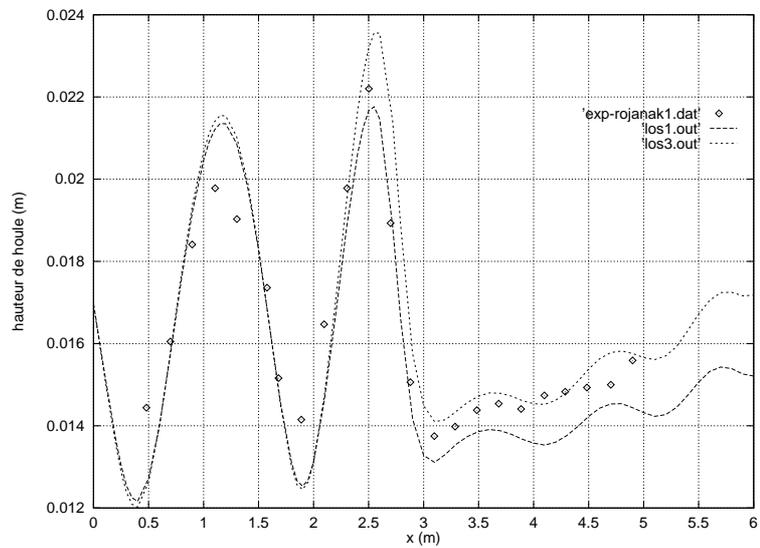


FIGURE X.4 – Comparaison des hauteurs de houle.

2.2 Seconde configuration

Il s'agit d'un brise-lames large toujours posé sur une pente de 1 pour 20. Les pentes de l'ouvrage sont de l'ordre de 1/3. Les paramètres de houle sont :

- période $T=1.81s$
- longueur d'onde $\lambda =3.26m$
- hauteur incidente $H_0 =1.60cm$
- profondeur d'eau en bas de pente $h_0 =39.0cm$
- hauteur d'eau recouvrant le brise-lames $h_0 =8.0cm$
- largeur de crête du brise-lames $b =235cm$

Les caractéristiques du milieu poreux sont :

- porosité $\epsilon = 0.39$
- coefficient de frottement $C_f = 0.332$
- perméabilité $K = 3.77 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^2$

Le maillage a une densité moyenne moins élevée. L'option 'maillage par longueur d'onde' a été utilisée avec une consigne de 30 nœuds par longueur d'onde. Il contient ainsi 7740 nœuds et 15478 éléments. Ces derniers sont de tailles très diverses sur tout le domaine.

La figure X.6 comporte 2 courbes numériques. La première 'los2.out' est obtenue avec un coefficient de masse virtuel c_m nul. La résolution nécessite 14 itérations pour atteindre la norme de convergence ($5.75 \cdot 10^{-4}$). Le coefficient moyen de dissipation vaut 1.670, la valeur maxi est de 2.106.

La seconde courbe 'los4.out' correspond à une valeur c_m de 0.2. La résolution nécessite alors 9 itérations pour une norme de convergence de $4.56 \cdot 10^{-4}$. Le coefficient moyen de dissipation diminue à 1.648, de même que le maximum à 2.036.

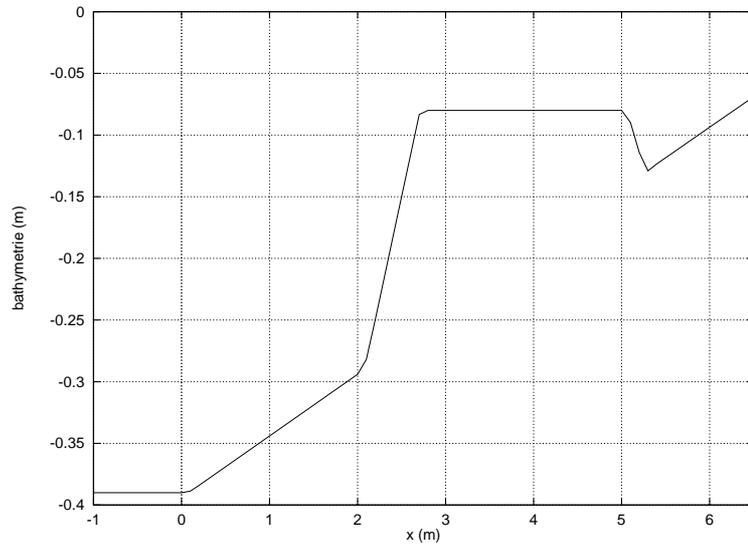


FIGURE X.5 – Profil avec le grand brise-lame.

La figure ci-dessus représente le profil du canal expérimental.

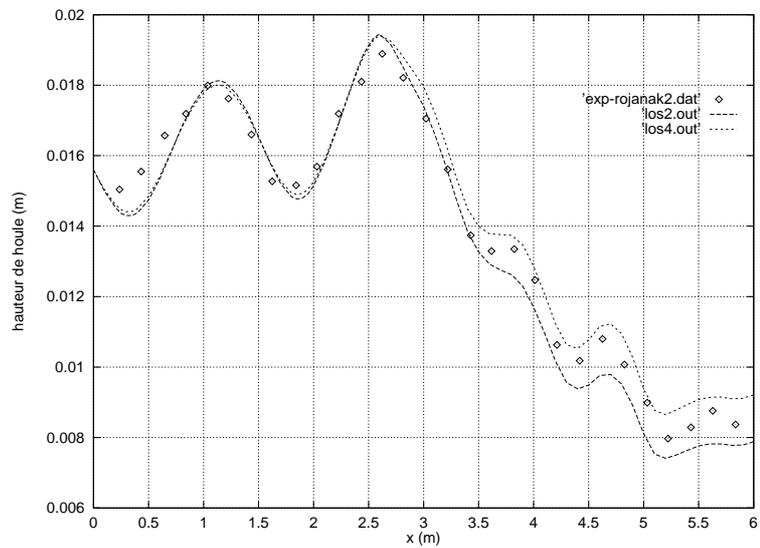


FIGURE X.6 – Comparaison des hauteurs de houle.

Chapitre XI

EFFET DE PENTE

La version 3.0 de Refonde de 2009 intègre les effets de pentes, représentés par deux termes supplémentaires qui sont négligés dans l'équation de Berkhoff classique (Cf notice théorique de Refonde V3.5 de juillet 2010). C'est pour cette raison que l'équation de Berkhoff est aussi appelée 'équation de pente douce' (mild slop equation en anglais) car le fait de négliger ces termes dans la forme standard de l'équation limite la validité du modèle aux pentes de fond inférieures à 10%.

Le cas test pour valider la programmation de l'effet de pente est celui d'une plage de pente constante entre deux zones à fond plat. Booij [10] a réalisé une étude paramétrique en faisant varier la pente entre 4 :1 à 1 :25 pour déterminer le coefficient de réflexion correspondant à la pente.

1 Description du cas test

Les paramètres de houle sont :

- période $T=2s$
- longueur d'onde incidente $\lambda =4.5 m$
- hauteur incidente $H_0 =0.1m$

La longueur de la plage b varie de 0.1m à 4m joignant les deux plateaux de profondeur constante $H_1=0.6m$ et $H_2=0.2m$ selon la figure (XI.1).

Le coefficient de réflexion est déterminé à partir des hauteurs de houle minimum H_{Min} et incidente H_0 selon la relation suivante.

$$Cr = \frac{H_0 - H_{Min}}{H_0} \quad (XI.1)$$

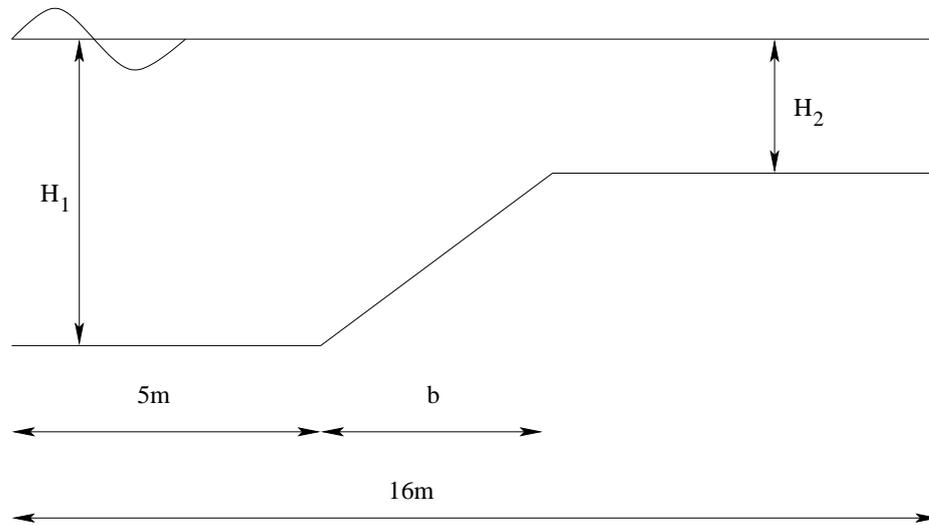


FIGURE XI.1 – Test de Booij

2 Résultats numériques

6 conditions de pente de Booij ont été reproduites avec Refonde en activant ou pas l'ajout de l'effet de pente dans Berkhoff.

Le domaine de calcul est un carré de 10m de coté. Les maillages comportent 20 nœuds par longueur d'onde, soit 7500 nœuds et 15000 éléments environ. Les parois latérales sont totalement réfléchissantes. Une première extrémité est ouverte en entrée, la seconde ouverte en sortie.

Les résultats sont présentés dans le tableau suivant.

b (m)	0.1	0.2	0.5	1	2	2.5
<i>pente</i>	4 : 1	2 : 1	4 : 5	1 : 2.5	1 : 5	4 : 25
<i>Berkhoff standard</i>	0.17	0.16	0.15	0.10	0.04	0.04
<i>Berkhoff avec effet de pente</i>	0.23	0.22	0.20	0.13	0.04	0.05
<i>Booij</i>	0.23	0.23	0.20	0.13	0.04	0.05

TABLE XI.1 – Variation du coefficient de réflexion C_r selon la pente des fonds

Les figures (XI.2) et (XI.3) montrent la bathymétrie et les hauteurs de houle avec effet de pente pour une pente de 2 :1 ($b=0.2m$).

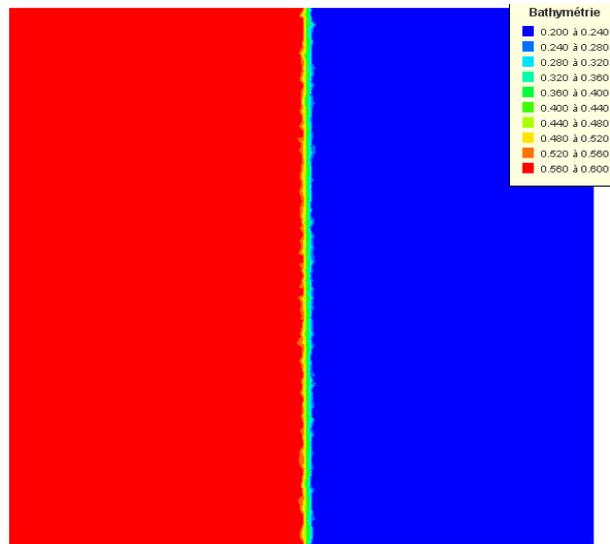


FIGURE XI.2 – Bathymétrie pour une pente de 2 :1

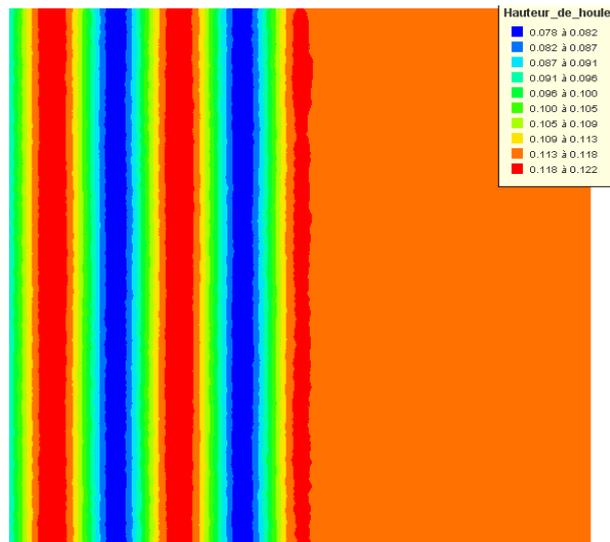


FIGURE XI.3 – Hauteurs de houle pour une pente de 2 :1

Afin de vérifier le calcul des dérivées selon x et y des termes de pente, nous avons tourné le talus de 45^0 . Comme le montrent les figures (XI.4) et (XI.5), les résultats restent identiques.

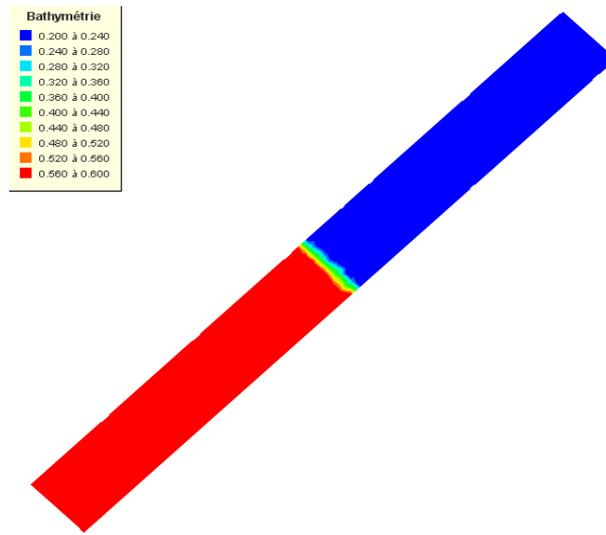


FIGURE XI.4 – Bathymétrie pour une pente de 2 :1

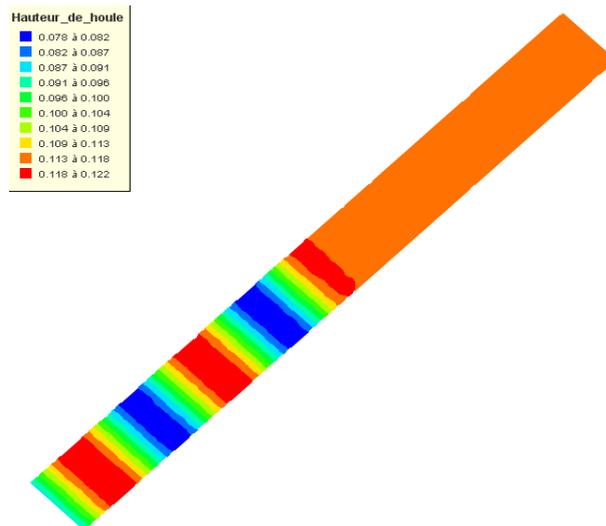


FIGURE XI.5 – Hauteurs de houle pour une pente de 2 :1

Chapitre XII

EFFET DES COURANTS

La version 3.4 de Refonde de 2010 intègre l'effet des courants, représentés par trois termes supplémentaires faisant intervenir le gradient de vitesse du courant dans l'équation de Berkhoff classique (Cf notice théorique de Refonde V3.5 de juillet 2010).

1 Description du cas test

Le cas test pour valider la programmation de l'effet des courants est celui d'une marche entre deux zones à fond plat selon la figure (XII.1). Le domaine rectangulaire fait 1000m de long sur 10m de large.

Nous testons la houle sans courant, avec un courant suivant le sens de propagation de la houle, avec un courant opposé au sens de propagation de la houle.

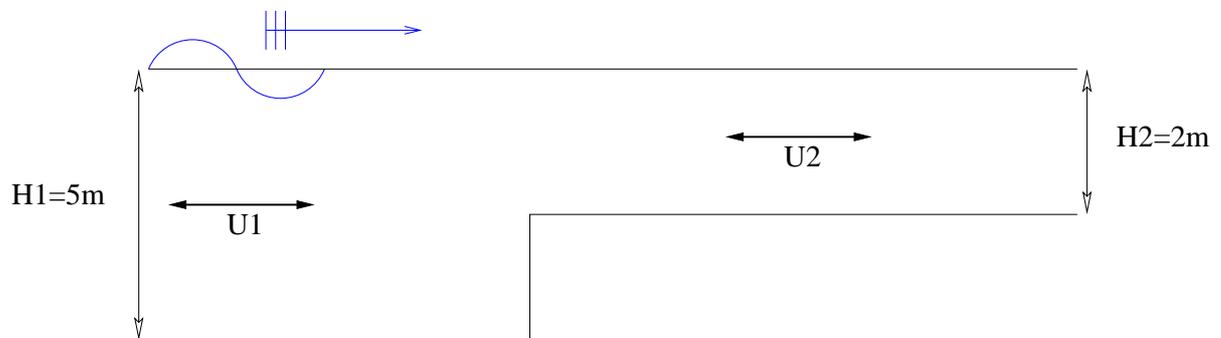


FIGURE XII.1 – Cas test de la marche

Les paramètres de houle sont :

- période $T = 10\text{s}$
- longueur d'onde incidente $\lambda = 70\text{ m}$
- hauteur incidente $H_0 = 0.2\text{m}$

La solution analytique de ce cas test s'obtient en associant la conservation de l'énergie et la continuité de la houle au niveau de la marche. Le coefficient de transmission T de la houle sur la marche s'écrit alors :

$$T = \frac{(C_1 C_{g1} - U_1^2) [k_1^+ + k_1^-]}{(C_2 C_{g2} - U_2^2) k_2^+ + (C_1 C_{g1} - U_1^2) k_1^- + \omega (U_2 - U_1)} \quad (\text{XII.1})$$

avec C_i la vitesse de phase, C_{gi} la vitesse de groupe, i l'indice associé à la profondeur H_i , k_i^+ le nombre d'onde de la houle se propageant selon la direction incidente, k_i^- le nombre d'onde de la houle se propageant en sens contraire de la houle incidente.

Pour les calculs, nous faisons les hypothèses suivantes :

$$C_i C_{gi} \sim g H_i \quad \text{et} \quad k_1^- \sim k_1^+ \quad (\text{XII.2})$$

Le tableau suivant donne les valeurs des nombres d'onde k de part et d'autre de la marche.

	H	U	k_0	k^+	k^-
1	5m	-1 m/s	$4.524 \cdot 10^{-2} \text{m}^{-1}$	$5.305 \cdot 10^{-2} \text{m}^{-1}$	$3.948 \cdot 10^{-2} \text{m}^{-1}$
2	2m	-2.5m/s	$7.116 \cdot 10^{-2} \text{m}^{-1}$	$17.018 \cdot 10^{-2} \text{m}^{-1}$	$4.538 \cdot 10^{-2} \text{m}^{-1}$

TABLE XII.1 – Calcul des nombres d'onde pour un courant opposé à la houle

2 Résultats numériques

Le maillage est construit avec une consigne d'aire de 10, soit 42021 nœuds et 80000 éléments. Les parois latérales sont totalement réfléchissantes. Une première extrémité est ouverte en entrée, la seconde ouverte en sortie.

La figure (XII.2) montre la hauteur de houle sans courant.

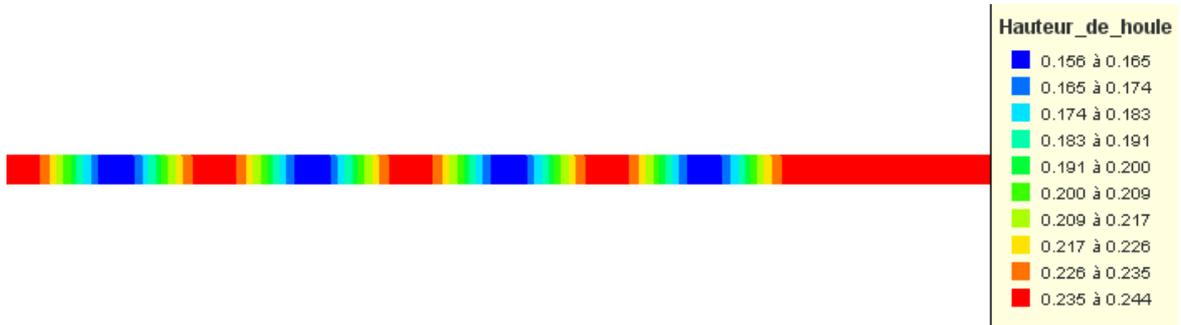


FIGURE XII.2 – Hauteurs de houle sans courant

Nous avons ensuite calculé la houle avec un courant U_1 de 1m/s . Nous notons $+1\text{m/s}$ lorsque le courant et la houle ont même direction, -1m/s lorsqu'ils sont de sens opposé. La figure (XII.3) montre l'influence du courant et de son sens sur la hauteur de houle. Lorsque le courant est opposé à la houle, il s'oppose à la propagation et amplifie la hauteur de houle (courbe rouge).

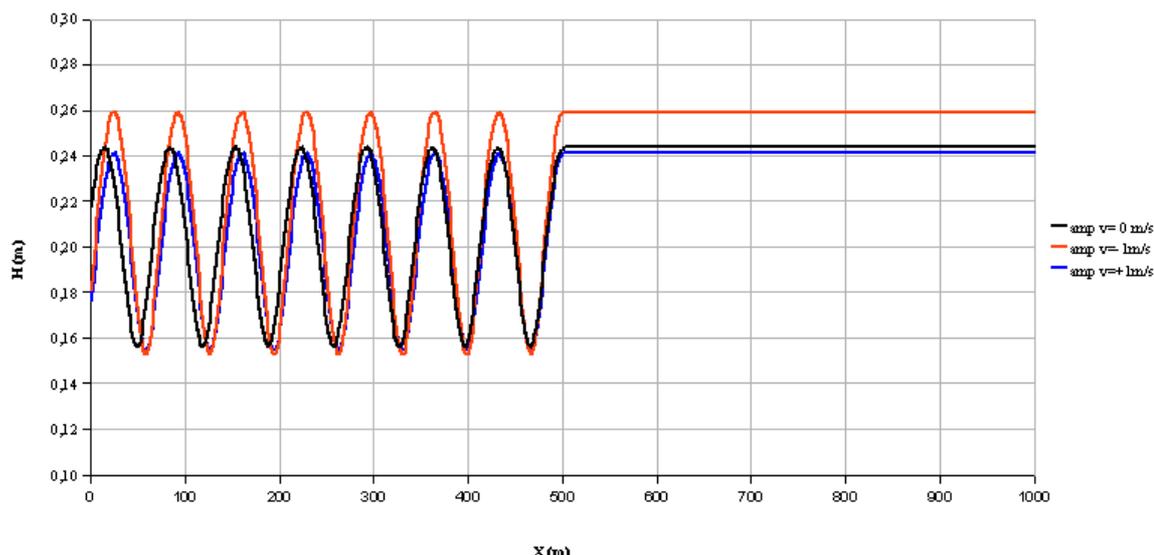


FIGURE XII.3 – Hauteurs de houle avec et sans courant

Pour finir, une étude de sensibilité à la période de houle du coefficient de transmission a été menée en fonction du sens du courant pour une même intensité de 1 m/s . La figure (XII.4) montre une augmentation du coefficient de transmission avec la période jusqu'à une valeur asymptotique proche de 1.22 lorsque le courant et la houle ont même direction. En revanche lorsqu'ils sont de sens contraire, le coefficient de transmission diminue quant la période augmente jusqu'à une valeur asymptotique proche également de 1.22 selon la figure (XII.5).

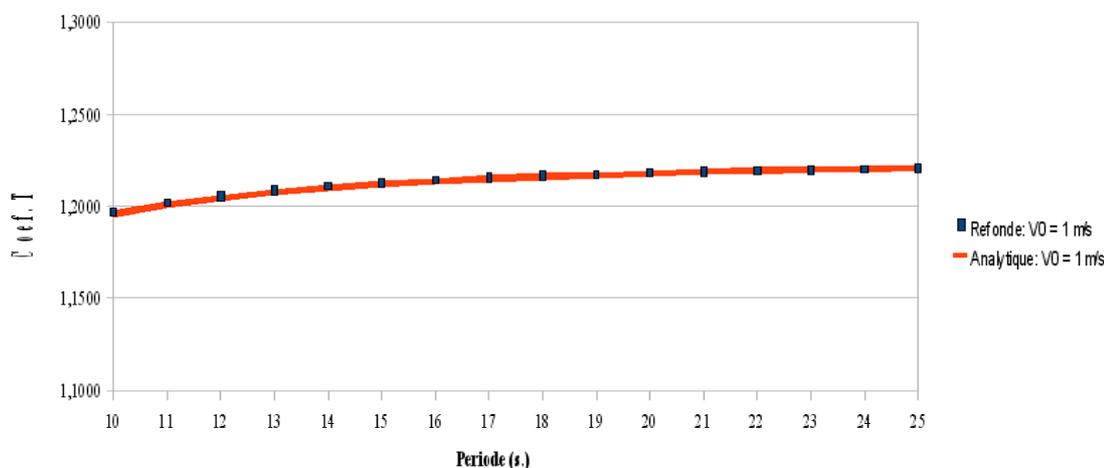


FIGURE XII.4 – Coefficient de transmission en fonction de la période avec un courant porteur

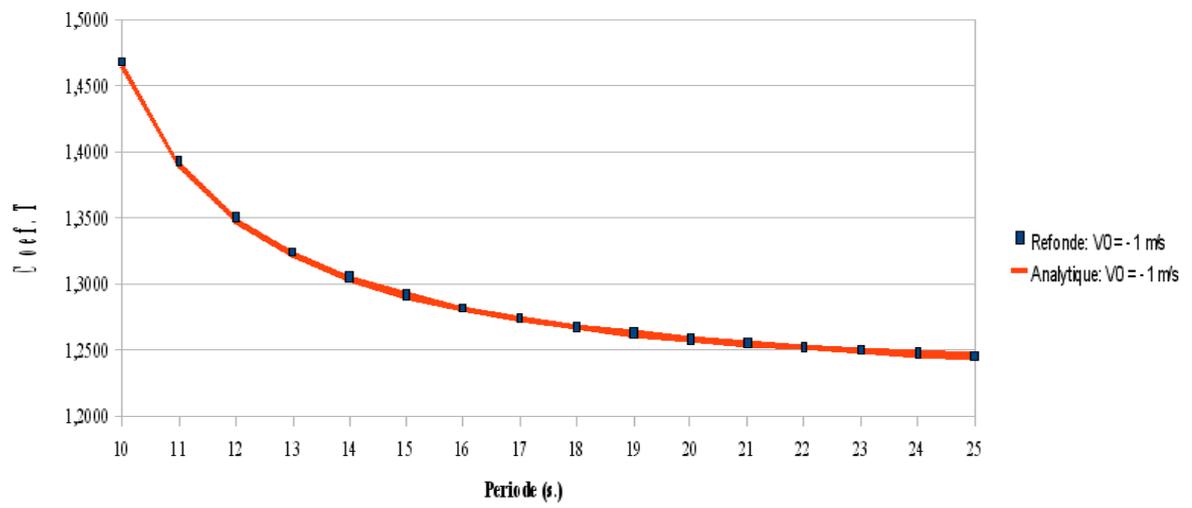


FIGURE XII.5 – Coefficient de transmission en fonction de la période avec un courant opposé

Références bibliographiques

- [1] **F. ROPERT, J.M. TANGUY** *REFONDE - Cahier de validation*. Mai 1996.
- [2] **P.DEBAILLON, P. SERGENT, O.ORCEL** *Notice théorique du code d'agitation de houle REFONDE V3.5*. Juillet 2010.
- [3] **S. DOIKAS** *Propagation de la houle au voisinage de la cote. Mise au point des codes numériques en différences finies*. Avril 1990.
- [4] **L. HAMM** *Modélisation numérique bidimensionnelle de la propagation de la houle dans la zone de déferlement*. Thèse à l'université de Grenoble 1, octobre 1995.
- [5] **M.W. Dingemans** *Water wave propagation over uneven bottoms*. World Scientific, 1997.
- [6] **B. Bailleul** *Caractérisation expérimentale et modélisation numérique des mécanismes de propagation de la houle sur des ouvrages submergés*. Rapport de stage du LNHE, août 2000.
- [7] **E.C. Cruz, M. Isobe, A. Watanabe** *Boussinesq equations for wave transformation on porous beds*. *Coast. Eng.*, vol 30, pp125-156 1997.
- [8] **S. Rojanakamthon, M. Isobe, A. Watanabe** *A mathematical model of wave transformation over a submerged breakwater*. *Coast. Eng. Jpn*, vol 32, pp209-234 1989.
- [9] **I.J. Losada, R. Silva, M.A. Losada** *3D non-breaking regular wave interaction with submerged breakwaters*. *Coast. Eng.*, vol 28, pp229-248 1996.
- [10] **N. Booij** *A note on the accuracy of the mild-slope equation*. *Coast. Eng.*, vol 7, pp191-203 1983.